



Доктор В.Н. Харитонов родился 2 августа 1946 г. в Н.Новгороде (РФ). После окончания Таллиннского Технического Университета он получил специальность экономиста. В настоящее время он является Председателем правления Эстонского коммерческого банка. Наиболее значительные методологические проекты и практические результаты В.Н. Харитонова относятся к экономическим наукам и, прежде всего, к банковскому делу, включая вопросы автоматизации банковской системы, банковской статистики и др. Наряду с целым рядом публикаций, В.Н. Харитонов участвовал во многих научных и прикладных форумах по банковской статистике. В.Н. Харитонов является почетным членом Международной Академии Ноосферы.

Доктор В.Н. Харитонов родился 2 августа 1946 г. в Н.Новгороде (РФ). После окончания Таллиннского Технического Университета он получил специальность экономиста. В настоящее время он является Председателем правления Эстонского коммерческого банка. Наиболее значительные методологические проекты и практические результаты В.Н. Харитонова относятся к экономическим наукам и, прежде всего, к банковскому делу, включая вопросы автоматизации банковской системы, банковской статистики и др. Наряду с целым рядом публикаций, В.Н. Харитонов участвовал во многих научных и прикладных форумах по банковской статистике. В.Н. Харитонов является почетным членом Международной Академии Ноосферы.

Профессор В.З. Аладьев родился 14 июня 1942 г. в Гродно (Западная Беларусь). В настоящее время он является Первым вице-президентом Международной Академии Ноосферы и Президентом Таллинской Творческой Группы, чьи научные результаты получили международное признание, прежде всего, в области математической теории однородных структур. Он является членом ряда Российских и международных Академий. В.З. Аладьев – автор более 350 научных публикаций, включая 65 книг, опубликованных во многих странах. Он участвовал в качестве члена оргкомитетов и/или приглашенного докладчика на многих международных форумах по математике и кибернетике.



Профессор В.З. Аладьев родился 14 июня 1942 г. в Гродно (Западная Беларусь). В настоящее время он является Первым вице-президентом Международной Академии Ноосферы и Президентом Таллинской Творческой Группы, чьи научные результаты получили международное признание, прежде всего, в области математической теории однородных структур. Он является членом ряда Российских и международных Академий. В.З. Аладьев – автор более 350 научных публикаций, включая 65 книг, опубликованных во многих странах. Он участвовал в качестве члена оргкомитетов и/или приглашенного докладчика на многих международных форумах по математике и кибернетике.



Книга является учебным пособием по курсу "Общая теория статистики", включающим ряд нетрадиционных для него разделов. В первую очередь, это относится к математическим основам общей статистики и использованию компьютерных технологий в статистических исследованиях. Тематический выбор глав и разделов книги вызван не только интересами и вкусами авторов, но также современными тенденциями в статистике. Рассмотрены с той или иной степенью детализации такие основные разделы общей теории статистики как: предмет и метод статистики, элементы теории вероятностей, основы статистического наблюдения, сводка, группировка и представление статистических данных, абсолютные и относительные величины, основы метода средних, элементы анализа вариационных и динамических рядов, элементы индексного метода и компьютерные средства статистического анализа данных.

Книга ориентирована на широкий круг читателей, изучающих статистические дисциплины в вузах и колледжах, ею могут воспользоваться и лица, самостоятельно изучающие общую статистику. Наличие в книге ряда нетрадиционных тем делает ее полезным пособием для всех тех, кто в своей профессиональной деятельности в той или иной мере соприкасается со статистическим анализом данных различного характера и назначения.

Published by Fultus Corporation
www.fultus.com

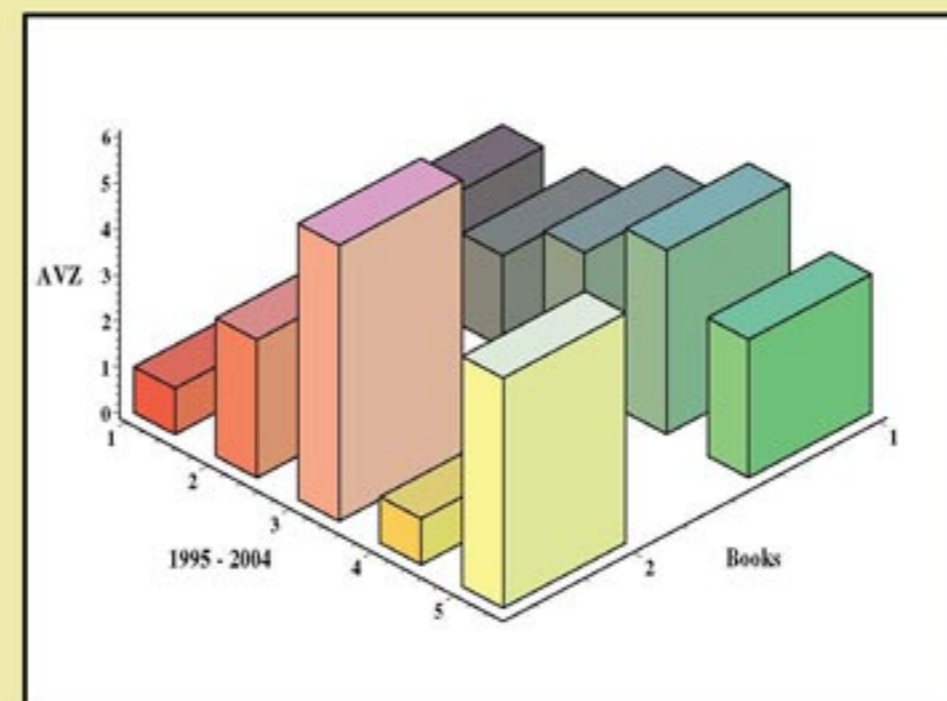


В.З. Аладьев, В.Н. Харитонов



Курс Общей Теории Статистики

Курс Общей Теории Статистики



В.З. Аладьев
В.Н. Харитонов



General Theory of Statistics

by

V. Z. Aladjev and V.N. Haritonov

ISBN 1-59682-086-1

Copyright © 2006 by Aladjev Victor Zacharias

Copyright © 2006 by Haritonov Valery Nicholas

All rights reserved.



Published by Fultus Publishing

Publisher Web Site: *www.fultus.com*

Fultus eLibrary: *elibrary.fultus.com*

Online Book Superstore: *store.fultus.com*

Writer web site: *writers.fultus.com/aladjev/*



No part of this book may be used or reproduced in any manner whatsoever without written permission except in the case of brief quotations embodied in reviews and critical articles.

The author and publisher have made every effort in the preparation of this book to ensure the accuracy of the information. However, the information contained in this book is offered without warranty, either express or implied. Neither the author nor the publisher nor any dealer or distributor will be held liable for any damages caused or alleged to be caused either directly or indirectly by this book.

Оглавление

От Авторов	5
Предисловие.....	7
Глава 1. Предмет и метод статистической науки	10
1.1. Предмет статистики и его местоположение	10
1.2. Краткий экскурс по истории статистики	12
1.3. Принципы организации государственной статистической службы	18
1.4. Задачи статистики и особенности ее методологии	21
1.5. Основные понятия и категории статистики	22
Глава 2. Элементы теории вероятностей.....	25
2.1. Классическое понятие вероятности и комбинаторика	25
2.2. Случайные величины и законы их распределения.....	31
2.3. Характеристики вероятностного распределения	33
2.4. Основные законы распределения вероятностей	36
2.5. Основные критерияльные распределения.....	43
Глава 3. Основы статистического наблюдения.....	47
3.1. Программа и план статистического наблюдения	48
3.2. Основные формы, виды и способы статистического наблюдения.....	49
3.3. Вопросы точности статистического наблюдения	52
3.4. Контроль результатов статистического наблюдения	53
3.5. Специальные вопросы отчетности и переписи	54
3.6. Данные, использованные для иллюстрации рассматриваемого материала.....	56
Глава 4. Сводка, группировка и представление статистических данных	59
4.1. Задачи сводки данных и ее содержание.....	59
4.2. Основы метода группировок статистических данных.....	60
4.3. Интервальные группировки и классификации	64
4.4. Табличное представление статистических данных	65
4.5. Статистические ряды распределения	68
4.6. Графическое представление статистических данных.....	73
Глава 5. Абсолютные и относительные статистические величины.....	77
5.1. Абсолютные статистические величины.....	77
5.2. Относительные статистические величины	78
Глава 6. Основы метода средних величин	82
6.1. Свойства средней арифметической	82
6.2. Другие типы средних величин и их выбор	84

6.3. Структурные средние величины совокупностей	88
6.4. Метод средних – важный прием обобщения	91
Глава 7. Элементы анализа вариационных рядов	93
7.1. Показатели вариации совокупностей	94
7.2. Меры вариации сгруппированных данных совокупности	97
7.3. Элементы анализа формы кривой распределения	100
7.4. Элементы теории выборочного метода	106
7.5. Проверка статистических гипотез	111
7.6. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	119
Глава 8. Элементы анализа временных рядов	134
8.1. Типы временных рядов, их построение и представление	135
8.2. Статистические показатели временного ряда	140
8.3. Средние показатели временного ряда	143
8.4. Выявление основной тенденции (тренда) временного ряда	145
8.5. Анализ случайной компоненты временного ряда	155
8.6. Исследование периодических колебаний временного ряда	158
8.7. Сравнительный и связный анализы временных рядов	160
Глава 9. Элементы индексного метода анализа	167
9.1. Понятие индексов, их типы и назначение	167
9.2. Индивидуальные и агрегатные индексы	169
9.3. Средние, цепные и базисные индексы	172
9.4. Важнейшие экономические индексы и их взаимосвязь	176
9.5. Логические критерии хороших индексов	181
Глава 10. Компьютерные средства статистического анализа данных	185
10.1. Основные предпосылки использования компьютеров в статистике	185
10.2. Краткий обзор статистического программного обеспечения	189
10.3. Использование класса персональных компьютеров в статистическом анализе	193
10.4. Краткая характеристика математического пакета Maple	195
10.5. Элементы анализа статистических данных в Maple	198
10.5.1. Средства для решения задач описательной статистики	199
10.5.2. Средства для решения задач регрессионного анализа	210
10.5.3. Средства для проверки статистических гипотез	214
10.5.4. Элементы простого анализа временных и вариационных рядов	219
Литература	226
Профессиональные статистические и математические организации	241
Международные периодические издания по статистике	247
Список основных используемых обозначений	251
Index	253

От Авторов

Предмет *общей теории статистики* входит в число вузовских дисциплин, определяющих общепрофессиональную подготовку специалистов по целому ряду специальностей из области так называемых *общественных* или *социальных наук*. Статистика, как общественная наука, имеет целью дать студентам вузов представление о содержании экономического или социального явления, познакомить с ее основными понятиями, методологией и методиками расчета важнейших статистических аналитических показателей. *Общая теория статистики* разрабатывает приемы количественного анализа, методы сбора, исследования экономико-социальной информации, позволяет оценить динамику и последовательность исследуемых объектов, процессов и явлений, и т.д. В число основных задач данного предмета входят такие как: изучение общих свойств массовых явлений и методов их анализа, раскрытие содержания и конкретных методов построения системы показателей для характеристики образа жизни населения и различных аспектов социально-экономических отношений. В концептуальном плане предмет статистики связан с философией в теоретико-методологическом отношении, и с математикой (*теория вероятностей* и *математическая статистика*) – в методическом. Изучение данной дисциплины создает хорошие предпосылки для качественного освоения экономического анализа, основ экономической теории, бухгалтерского учета и целого ряда других экономико-социальных дисциплин.

Предметом статистики является *количественная* сторона массовых экономико-социальных явлений в их неразрывной связи с *качественной* стороной конкретных условий места и времени. Это определяет и основные черты предмета *общей теории статистики*, а именно: (1) *социально-общественный* характер статистики, (2) акцент на *количественную* сторону социально-общественных явлений (*в отличие от других общественных наук*), (3) ориентация на исследование массовых явлений, (4) исследование *количественной* стороны явлений совместно с их *качественной* стороной на основе системы статистических показателей и (5) исследование количественной стороны явлений в конкретных условиях места и времени. Предлагаемая книга и рассматривает основные вопросы предмета общей теории статистики.

Настоящая книга представляет собой статистический курс для начинающих студентов во всех областях социально-экономических наук. Книга представляет собой пособие по курсу "*Общая Теория Статистики*", включая ряд не совсем традиционных тем. Прежде всего, это касается математических основ статистики и использования компьютерных технологий в статистическом исследовании. Тематический выбор глав и разделов книги вызван не только интересами и вкусами авторов, но также и современными тенденциями в прикладной статистике и ориентации данной работы на студентов социальных и экономических наук.

С той или иной степенью детализации рассматриваются основные темы общей теории статистики, а именно: (1) *предмет и метод статистики, ее место среди других наук*, (2) *элементы теории вероятностей*, (3) *основания статистического наблюдения*, (4) *группировка, сводка, и представление статистических данных*, (5) *абсолютные и относительные величины*, (6) *основы метода средних*, (7) *корреляционный и регрессионный анализ*, (8) *элементы анализа вариационных и временных рядов*, (9) *элементы индексного метода*, (10) *компьютерные средства статистического анализа данных*.

Книга содержит ряд конкретных предложений об усовершенствовании статистической практики; многие из этих предложений базируются на нашем опыте практической работы в статистических органах СССР и Эстонии в начале девяностых годов прошлого столетия, а также в банковской системе Эстонии. В этом отношении может быть достаточно интересен аспект сравнения советской статистической школы, унаследовавшей весьма много традиций всемирно известных российской и советской школ теории вероятностей и статистики, с западной статистической наукой.

Данная книга написана для достаточно широкой аудитории преподавателей, студентов университетов и колледжей, исследователей, статистиков, а также пользователей статистики в поведенческих и социальных науках. Прежде всего, книга ориентирована на широкий круг читателей, изучающих статистические дисциплины в университетах и колледжах; однако, она может быть полезна также для читателей, самостоятельно изучающих статистику. Присутствие в книге ряда нетрадиционных тем делает ее полезным руководством для всех тех, кто в своей профессиональной деятельности имеет дело со статистическим анализом данных различных природы и характера.

Новые особенности этого курса – многочисленные примеры статистических процедур, реализованных в среде известного пакета *Maple*. Исходные тексты некоторых из процедур включены в книгу, что позволяет непосредственно использовать их в среде пакета *Maple* с конкретными данными читателя. Эти и другие процедуры находятся в пользовательской Библиотеке, позволяя выполнять простой статистический анализ данных различного характера в среде пакета *Maple*. Данная Библиотека может быть бесплатно загружена со следующих вебсайтов:

Материал настоящей книги базируется на трех наших российских книгах, тираж которых был полностью распродан, и английской книге [347]. Эти книги были написаны на основе ряда курсов лекций по Общей Теории Статистики, Теории Вероятностей и Математической Статистики для студентов Университетов Белоруссии и Балтики, которые специализируются в области экономических и социальных наук (*экономика, международное право, юриспруденция, политология, социология, психология, банковское дело, бухгалтерия и т.д.*). Книга содержит весьма обширную как русскую, так и английскую литературу по различным аспектам статистики. Наряду с этим, книга снабжена *полезным* списком статистических *организаций*, статистических периодических изданий и т.д.

Принимая во внимание все более усиливающуюся роль статистического анализа (*как одной из главных предпосылок обеспечения обратной связи в управлении*) для обеспечения достоверной информации в *экономике, финансах, банковском деле, бизнесе и управлении*, есть все основания полагать, что предлагаемая книга найдет многочисленных читателей различного уровня и сфер деятельности.

Предисловие

Статистическая грамотность составляет неотъемлемую составную часть профессиональной подготовки каждого экономиста, финансиста, социолога, политолога, клерка, а также любого специалиста, имеющего дело с различным анализом массовых явлений, будь то социально-общественные, экономические, технические, научные и др. Работа этих групп специалистов неизбежно связана со сбором, разработкой и анализом данных *статистического (массового)* характера. Нередко им самим приходится проводить статистический анализ различных типа и направленности либо знакомиться с результатами статистического анализа, выполненного другими. В настоящее время от специалиста, занятого в любой области науки, техники, производства, бизнеса и др., связанной с изучением массовых явлений, требуется, чтобы он был по крайней мере статистически грамотным человеком. В конечном счете невозможно успешно специализироваться по многим дисциплинам без освоения какого-либо уровня статистического курса. Поэтому большое значение имеет знакомство с общими категориями, принципами и методологией статистического анализа данных.

Основу статистической грамотности в значительной мере дает предмет "*Общая теория статистики*", содержание которого во многих учебных программах вузов не отвечает современному уровню развития статистической методологии и ее прикладным аспектам. Поэтому настоящая книга является попыткой представить наш взгляд на содержание курса общей теории статистики, как ядра всей статистической методологии. Предполагается, что статистические знания, приобретенные в рамках данного курса, послужат хорошей *отправной* точкой для последующего изучения курсов *специальных* статистик: *экономической, отраслевых, медико-биологической, судебной, демографической, банковской* и др.

Работу над книгой затрудняло, помимо сложности и обширности предмета, отсутствия по ряду вопросов общепринятых положений (*включая само определение термина "статистика"*), то обстоятельство, что имеются существенные различия в учебных планах вузов финансово-экономических, социальных и общественных дисциплин, а также различные взгляды на статистику, как предмет преподавания. В свете современных требований и тесной связи общей статистики с ее математической основой – *теорией вероятностей* и *математической статистикой* – представляется целесообразным включить в курс элементы этих наук. Одной из причин быстрого роста статистических исследований в последние десятилетия является все возрастающая легкость обработки больших числовых массивов средствами современной *вычислительной техники (ВТ)*, особенно с появлением класса *персональных компьютеров (ПК)*, что позволило *непосредственно* производить статистический анализ (*по крайней мере первичный*) на месте сбора статистических данных. Данное обстоятельство сделало целесообразным представить обзор программных средств, ориентированных на статистический анализ данных, и дать представление о их возможностях и принципах использования.

При написании данной книги мы постоянно имели в виду цель достижения всеобщей статистической грамотности, поэтому наша задача состояла в представлении основных концепций статистики как методологической вспомогательной науки (*методологии*), целью которой является разработка методов сбора, обработки и анализа числовых данных, их интерпретация и проникновение в структуру и суть массовых явлений, в первую очередь, социально-экономического характера.

Книга состоит из 10 глав и освещает обширный материал по общей теории статистики – от исторического экскурса, элементарных статистик до элементов теории вероятностей, регрессионного и корреляционного анализов, анализа вариационных и динамических рядов, элементов индексного метода и обсуждения программных средств статистического анализа. Однако ограниченный объем книги не позволил изложить рассмотренные вопросы курса с одинаковой полнотой. Отсюда – *строгое* освещение лишь сути дела без *обстоятельного* проведения, например, математических доказательств и рассмотрения смежных (*часто интересных и важных*) проблем. Хотя в ряде случаев и приводятся оригинальные решения. Основные положения материала сопровождаются соответствующими упражнениями и примерами, проработку которых мы считаем необходимой при добросовестной подготовке читателя к экзаменам.

Кратко о содержании отдельных глав книги. *Первая* глава рассматривает предмет и метод статистики, ее структуру и местоположение в ней общей теории статистики – ядра всех прикладных статистик и основы статистической грамотности. Даются краткий экскурс по истории статистики и основные принципы современной организации государственной статистики. Завершает главу обсуждение основных задач статистики, особенностей ее методологии, а также основные понятия и категории статистики.

Во *второй* главе рассматриваются элементы теории вероятностей – теоретической основы математической статистики и базирующихся на ней прикладных статистиках. Вводится классическое определение вероятности, определяются случайные величины и основные законы их распределения. Представлены наиболее важные критериальные распределения, используемые в статистике, и ряд интересных примеров на закрепление изучаемого материала. Представленные сведения позволяют не только решать целый ряд полезных вероятностных задач, но и составляют первичную основу вероятностного метода, а также используются в дальнейшем изложении.

Третья глава представляет основы статистического наблюдения – *первого* этапа статистического анализа: программа и план наблюдения; основные формы, виды и способы наблюдения, а также вопросы точности наблюдения и специальные вопросы отчетности и переписи, имеющие большое практическое значение.

В *четвертой* главе представлены основы второго этапа статистического анализа – сводка, группировка и представление статистических данных. Рассматриваются задачи сводки, различные типы *группировок* и *классификаций*, а также статистические ряды распределения, табличное и графическое представление статистических данных.

В *пятой* главе рассматриваются абсолютные и относительные статистические величины. Тогда как *шестая* глава представляет элементы *метода средних величин* – одного из важнейших приемов обобщения статистических данных. Детально обсуждается базовое понятие *средней арифметической* и ряда других типов *средних*, включая структурные средние; рассматривается методика выбора типа средней для анализа тех или иных статистических совокупностей.

Седьмая глава представляет элементы анализа вариационных рядов. В ней рассматриваются такие вопросы как: *показатели и меры вариации* признаков; анализ *формы кривой распределения*; элементы теории выборочного метода, а также корреляционного и регрессионного анализа зависимостей между исследуемыми явлениями. При этом, представлены некоторые новые взгляды и соображения на методологию корреляционного анализа, как метода выявления связей (*зависимостей*) между исследуемыми явлениями.

В *восьмой* главе рассматриваются элементы анализа временных рядов. Изложение начинается с типов динамических (*временных*) рядов, их построения и представления, а также *определения*

основных статистических показателей рядов. Затем рассматриваются средние показатели и вопросы выявления основной тенденции (*тренда*) ряда. Изложение завершается анализом случайной компоненты и исследованием периодических колебаний ряда. В качестве некоего иллюстративного материала исследуются динамические ряды, отражающие цитируемость публикаций (*Таллиннской Творческой Группы*) ТТГ по математической теории однородных структур (*Cellular Automata*) и ее приложениям в СССР, за рубежом и в целом. Полученные в ходе *анализа* результаты позволяют делать весьма интересные *выводы* о творческой активности группы.

Индексному методу анализа посвящена *девятая* глава книги. Обсуждается понятие индексов, их типы и назначение. Рассматриваются индивидуальные и агрегатные индексы, а также *средние, цепные* и *базисные* индексы. Глава завершается обсуждением важнейших *экономических* индексов и их взаимосвязей. Вводится ряд показателей и индексов для анализа научной активности, которые могут оказаться весьма полезными в ряде разделов современного науковедения. Из-за обширности данного раздела современной статистики, основная доля которого приходится на отраслевые статистики, в главе представлены только основные элементы индексного метода анализа.

Наконец, в *десятой* главе обсуждаются компьютерные средства статистического анализа данных. Дается краткий обзор такого типа программного обеспечения, рассматривается использование класса *персональных компьютеров (ПК)* для решения статистических задач, а также иллюстрируются элементы статистического анализа данных в среде весьма известного математического пакета *Maple*. Подобный материал, на наш взгляд, должен отныне являться неотъемлемой составной частью курса общей теории статистики, ибо основным орудием труда современного статистика любого уровня (*либо специалиста, по роду своей деятельности имеющего дело со статистическим анализом различного рода данных*) все шире становится персональный компьютер либо другой тип *вычислительной техники (ВТ)*.

Большинство примеров, иллюстрирующих те или иные положения, методы и приемы статистики, базируются на первичных статистических данных – совокупности научно-прикладных публикаций ТТГ за период 1970-2000 г.г. Общепонятная суть такой *совокупности* позволяет не отвлекаться на специфические понятия и сконцентрировать свое внимание на сугубо статистических вопросах. Наряду с этим используемая методика анализа такого типа совокупностей может оказаться полезной при статистическом анализе научной активности и стимулировать исследования в данном направлении, составляющем самостоятельную ветвь современного науковедения в целом.

Приведенная в книге обширная отечественная и зарубежная библиография охватывает основные разделы общей теории статистики и ряд связанных с ними направлений, что позволяет читателю выбирать наиболее подходящую для его целей литературу обзорного, монографического, методического, методологического, справочного или учебного *характера*.

Настоящая книга представляет расширенное изложение материала курса лекций по общей теории статистики, которые были прочитаны первым автором в июне 1995 в Гродненском филиале Минского Института Современных Знаний (*Западная Белоруссия*). Основная цель данного курса состояла в том, чтобы представить основные принципы современной теории статистики, ориентируемой, прежде всего, на студентов в области социальных, финансовых, экономических и не естественных наук, в целом. Авторы предлагают читателям данную книгу и будут весьма благодарны и признательны за их предложения и критические замечания, высланные по одному из адресов, указанных на вебсайте:

<http://www.aladjev.newmail.ru>

Глава 6.

Основы метода средних величин

Средние величины играют исключительно важную роль в статистике. *Метод средних* в его общей форме, как и метод *группировок*, является *специфической* особенностью статистической методологии. *Средняя* величина представляет собой обобщенную характеристику признака в статистической совокупности, единицы которой подвержены действию *различных* факторов. *Средняя* является общей мерой их действия, их равнодействующей. В *средней* величине массового явления *нивелируются* индивидуальные различия единиц совокупности в значениях осредняемого признака, поэтому в ней проявляются общие закономерности, присущие данной совокупности.

Средняя является важнейшей категорией статистики и важнейшей формой обобщающих показателей. Средняя выступает важнейшим методом обобщения и в этом смысле говорят о *методе средних величин*, широко применяемом в экономико-статистических исследованиях. Математические приемы, используемые в различных разделах статистики, непосредственно связаны со *средними величинами*. Со *средними величинами* тесно связаны многие аналитические исследования в статистике и связанных с нею областях анализа различного характера и типа данных. В настоящей главе мы сконцентрируем наше внимание на *методе средних* в целом.

6.1. Свойства средней арифметической

Средняя арифметическая – наиболее распространенный в статистике тип средних величин. Как и все другие средние величины, она применяется в форме *простой* и *взвешенной* средней (*средневзвешенной*). Положим, что конечное множество $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ есть набор вариантов некоторого признака явления (*при этом, среди элементов множества A могут быть идентичные*). Тогда *средняя арифметическая* (\bar{A}) и *средневзвешенная арифметическая средняя* (\tilde{A}) вычисляются соответственно по следующим простым формулам:

$$\bar{A} = \frac{\sum_{j=1}^n a_j}{n} \quad \tilde{A} = \frac{\sum_{k=1}^m a_k f_k}{\sum_{k=1}^m f_k} \quad (31)$$

где f_k – *частота (вес)* варианта a_k признака ($k = 1 \dots m$). Сразу же сделаем уточнение, если простая средняя независимо от ее типа используется для первичных рядов распределения, то *средневзвешенная* – для *вариационных рядов (ВР)*. Пусть теперь, не нарушая общности, X -множество вариантов разбито на два подмножества $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ и $C = \{c_{(m+1)}, c_{(m+2)}, \dots, c_n\}$ таких, что для них справедливы следующие соотношения: $A = B \cup C$ и $B \cap C = \emptyset$ (\emptyset – пустое множество). Очевидно:

$$\bar{B} = \frac{\sum_{j=1}^m b_j}{m} = \frac{S_1}{m} \quad \bar{C} = \frac{\sum_{k=m+1}^n c_k}{n-m} = \frac{S_2}{n-m} \quad \frac{S_1 + S_2}{n} = \bar{A} \quad (32)$$

Тогда на основе формул (31, 32) легко вычисляем среднюю средних данных подмножеств В и С, а именно:

$$\bar{A}' = \frac{\bar{B} + \bar{C}}{2} = \frac{(n-m)S1 + mS2}{2m(n-m)} \quad (33)$$

Не нарушая общности, полагаем, что $m = \min \{n - m, m\}$, и, проведя достаточно несложные преобразования, получаем следующее соотношение:

$$\bar{A}' = \frac{n\bar{A}}{2(n-m)} = \frac{(n-2m)S1}{2m(n-m)}$$

Откуда легко получаем, что равенство $\bar{A} = \bar{A}'$ имеет место тогда и только тогда, когда $m = n/2$. В общем случае формулировка принимает следующий вид: *если совокупность А разбивается на m непересекающихся групп A_k по N_k единиц, в каждой, т.е. $\sum_k N_k = m$, то величины \bar{A} и $\bar{A}' = \sum_k A_k / m$ совпадают тогда и только тогда, когда $(\forall k \in \{1, 2, \dots, n\})(N_k = n/m)$, исключая тривиальный случай отсутствия вариации у признака. В нашей трактовке первую формулу (31) вполне можно рассматривать как базовую среднюю всей А-совокупности, а вторую – как среднюю, устраняющую различия между базовой средней и усредненной групповой.*

По табл. 1 (графа 4) подсчитаем усредненную групповую затрат на подготовку публикаций ТТГ $(11.25+13.6+17.5+38.5+35.4)/5 = 23.25$, тогда как для средней взвешенной (точнее базовой средней совокупности) получаем значение 24.4. В данном примере разница обоих типов средней не столь велика, но в случае больших совокупностей, значительных диапазонов вариации и неравномерных группировках это может приводить к весьма существенным различиям. Единственное указанное нами исключение из правила является достаточно редким, а в статистике и вовсе исключается из рассмотрения. Рассмотрим основные свойства средней и средней взвешенных арифметических, имеющие чрезвычайно большое практическое значение.

Свойство 1. При изменении всех вариантов величины А в m раз (на число m), ее средняя (средневзвешенная) \bar{A} также изменяется в m раз (на число m).

Свойство 2. При изменении в m раз весов всех вариантов величины А не изменяет значения \bar{A} ее средневзвешенной

Свойство 3. Для вычисления средневзвешенной \bar{A} вместо частот f_k вариантов можно использовать их частоты (доли) $p_k = f_k / \sum_k f_k$.

Свойство 4. Средневзвешенная \bar{A} , умноженная на численность А-совокупности, равняется сумме произведений каждого варианта на его частоту.

Свойство 5. Сумма отклонений индивидуальных значений признака А от их средней \bar{A} (средневзвешенной \bar{A}) равна нулю.

Доказательство свойств 1 - 5 средней вытекает из определения самой средней (средневзвешенной) арифметической и предлагается читателю в качестве полезного несложного упражнения {см. формулы (31)}.

Свойство 6. Пусть $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Величина $L = \sum_k (a_k - G)^2$ минимальна при значении $G = \bar{A}$. Доказательство свойства 6 состоит в нахождении минимума функции $L = L(G)$, а именно:

$$\frac{\partial L(G)}{\partial G} = -2 \sum_{k=1}^n (a_k - G) \quad \sum_{k=1}^n a_k - G \cdot n = 0 \quad G = \frac{\sum_{k=1}^n a_k}{n} = \bar{A}$$

Свойства 1 - 4 позволяют в ряде случаев упрощать вычисления средних. Так, свойства 1 и 2 позволяют упрощать вычисления средних в случае больших значений или частот вариантов признака. Свойство 3 позволяет вычислять средние при неизвестных абсолютных значениях весов, но известных между ними пропорциях или других связанных с ними значениях. Свойство 4 широко используется на практике при расчетах, в планировании и т.п. Например, средняя зарплата, умноженная на число работников, дает фонд зарплаты; средняя урожайность, умноженная на посевную площадь, дает валовой сбор и т.п. В случае разбиения значений признака по интервалам расчет *средневзвешенных* производится на основе их *среднеинтервальных* значений. Данное замечание распространяется на все последующее изложение.

Средняя (средневзвешенная) арифметическая, с вычислением которой мы познакомились выше, является наиболее простой и в то же время наиболее всеобщей формой средней, но далеко не единственным видом *средних*. Практика и теория статистики показывают, что применение во всех без исключения случаях этого типа *средних* приводит к очень грубым ошибкам. Поэтому во многих случаях требуется другая методика вычисления средних величин.

6.2. Другие типы средних величин и их выбор

В зависимости от характера осредняемого признака и имеющихся данных применяются виды средних, отличные от *арифметической* и *взвешенной арифметической*. В статистике наряду с отмеченными применяются преимущественно следующие средние: *гармоническая*, *геометрическая* и *квадратическая*, а также *мода* и *медиана*. Как и прежде, рассматривается статистическая совокупность $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$; при этом, частоты f_k вариантов признака A могут отличаться от единицы.

Средняя (средневзвешенная) гармоническая вычисляется по следующим простым формулам:

$$\bar{A}_h = \frac{n}{\sum_{j=1}^n 1/a_j} \quad \tilde{A}_h = \frac{\sum_{k=1}^m f_k}{\sum_{k=1}^m f_k/a_k} \quad (34)$$

Средняя гармоническая применяется тогда, когда необходимые веса в исходных данных явно не заданы, а входят сомножителем в один из имеющихся показателей. Например, в трех фирмах общий фонд (WF) зарплаты и среднемесячная зарплата (AW) работающего в ЕЕК (*эстонские кроны*; 1 USD \approx 16 ЕЕК на 16.03.2000; на 23.01.2006 курс составлял 1 USD \approx 12.76 ЕЕК) соответственно равны: $WF_1 = 230.000$, $WF_2 = 260.000$, $WF_3 = 250.000$ и $AW_1 = 2400$, $AW_2 = 2000$, $AW_3 = 2440$. Требуется вычислить *среднюю* зарплату (AW) работников этих трех фирм. Применяя *среднюю арифметическую*, получаем $AW = (2400 + 2000 + 2440)/3 = 2280$. Но этот результат не адекватен искомому, определяемому из общей расчетной формулы

$$AW = (\text{общий фонд зарплаты})/(\text{общая численность работников})$$

на основе которого получаем следующее простое соотношение:

$$AW_h = \frac{WF_1 + WF_2 + WF_3}{\frac{WF_1}{AW_1} + \frac{WF_2}{AW_2} + \frac{WF_3}{AW_3}}$$

Это и есть формула *средневзвешенной гармонической* и, сделав необходимые вычисления по ней, получаем искомое значение $AW_h = 2254.1$, которое весьма существенно отличается от первоначального результата.

В связи с приведенными колебаниями курса доллара относительно ЕЕК приведем одно существенное соображение. До настоящего времени США фактически были мировым монетным двором, а доллар был признанным мировым средством оплаты. Финансовая и экономическая система США базировались на стабильности экономики и твердых позициях доллара. Однако, с конца 2003 начинается заметный спад экономики США и долгосрочная нестабильность доллара с очевидной тенденцией к понижению его курса относительно ведущих валют мира. Это наряду с появлением евро, растущая неприязнь к США из-за ее высокомерия и амбициозных претензий на мирового судью, и т.д. весьма реально может привести к отказу от доллара, как основного *мирового платежного средства*, что в совокупности с другими отрицательные факторы для США *несомненно* могут привести к самому серьезному кризису всей *финансовой и экономической системы США* в перспективе совсем не отдаленного будущего.

Гармоническая средняя часто применяется для определения средних скоростей. Например, первые 30 км автомобиль проезжает со средней скоростью 120 км/ч, а остальные 70 км – со средней скоростью 110 км/ч. Для вычисления в таком случае средней скорости используем средневзвешенную гармоническую величину $V_h = (30 + 70) / (30/120 + 70/110) = 112.8$ км/ч. В практике советской статистики по гармонической средней вычислялись средневзвешенные индексы государственных цен. Применение данного типа средней оправдано при расчетах средних: трудоемкости единицы продукции, продолжительности строительства объектов и ряда других важных статистических показателей.

Квадратическая средняя (средневзвешенная) вычисляются по следующим формулам:

$$\bar{A}_q = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n a_j^2}{n}} \quad \tilde{A}_q = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m a_k^2 f_k}{\sum_{k=1}^m f_k}} \quad (35)$$

Средняя данного типа применяется для осреднения величин, входящих в совокупность в виде квадратных показателей (например, при расчетах средних диаметров труб, шлангов, проката, стволов деревьев и др.). Например, для вычисления среднего диаметра труб (в см.) диаметрами 42, 47, 67, 62, 58, 53, 33 и 38 используем квадратическую среднюю {формула (35)}:

$$\bar{U}_q = \sqrt{\frac{42^2 + 47^2 + 67^2 + 62^2 + 58^2 + 53^2 + 33^2 + 38^2}{8}} = 51.25$$

Тогда как использование арифметической средней дало бы существенно отличную величину $\bar{U} = 50$ см. Квадратическая средняя величина находит весьма широкое применение, в частности, для оценки варьирования признаков в дисперсионном анализе.

Геометрическая средняя (средневзвешенная) вычисляется по следующим простым формулам:

$$\ln(\bar{A}_g) = \frac{\sum_{j=1}^n \ln(a_j)}{n}; \quad \ln(\tilde{A}_g) = \frac{\sum_{k=1}^m f_k \ln(a_k)}{\sum_{k=1}^m f_k}; \quad \bar{A}_g = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_j} \quad (36)$$

Для удобства представления формулы приведены в логарифмическом виде, который весьма удобен при практическом вычислении *среднегеометрических* в случае большого числа значений признака. В частности последняя формула (36) представляет традиционную форму *геометрического среднего*. Данный тип средней используется, в частности, в статистике при вычислениях средних темпов роста и при построении индексов. Так, используя табл. 4 и

формулы (31, 36), определим с помощью средней геометрической средний коэффициент (R_z) роста объема научных публикаций ТТГ (Z) по пятилеткам ее творческой активности:

$$R_z = \frac{\bar{Z}_g}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt[6]{\frac{24 \cdot 21 \cdot 30 \cdot 25 \cdot 21 \cdot 59}{6}}}{\frac{24 + 21 + 30 + 25 + 21 + 59}{6}} = \frac{27.87}{30} = 0.929$$

Таким образом, практически $R_z = 0.93$, что говорит о достаточно равномерной динамике публикаций ТТГ по пятилеткам (даже несмотря на резкое повышение деятельности в прошлый период), что, на наш взгляд, весьма неплохой творческий показатель для научной активности исследовательского коллектива.

Для характеристики некоторых совокупностей подходит еще один своеобразный тип средней – антигармоническая (взвешенная), вычисляемая по следующим формулам:

$$\bar{A}_{ah} = \frac{\sum_{j=1}^n a_j^2}{\sum_{j=1}^n a_j}; \quad \tilde{A}_{ah} = \frac{\sum_{k=1}^m a_k^2 f_k}{\sum_{k=1}^m a_k f_k}; \quad \bar{A}_{ah} = \frac{\bar{A}_q^2}{\bar{A}}; \quad \tilde{A}_{ah} = \frac{\tilde{A}_q^2}{\tilde{A}} \quad (37)$$

При этом, две последних формулы (37) устанавливают отношения между антигармонической средней (антигармонической взвешенной), квадратичной средней (квадратичной взвешенной) и арифметической средней число (арифметической взвешенной) {см. формулы (31, 35)}.

Рассмотрим использование антигармонической средней на следующем простом примере. Пусть имеется n отраслей и K_j – эффективность вложений в j -ю отрасль (т.е. вложенный в текущем году 1 рубль дает в следующем году доход в K_j рублей). При этом, если показатели K_j постоянны, то эффективность вложений (E) выражается антигармонической средней, вычисляемой по следующей простой формуле:

$$\bar{E}_{ah} = \frac{\sum_{j=1}^n K_j^2}{\sum_{j=1}^n K_j}$$

Предположим, что имеются четыре отрасли с эффективностями капитальных вложений соответственно $K_j = 1 + 0.18 \cdot j$ ($j = 1 \dots 5$). Тогда на основе полученной формулы мы имеем:

$$\bar{E}_{ah} = \frac{\sum_{j=1}^5 (1 + 0.18 \cdot j)^2}{\sum_{j=1}^5 (1 + 0.18 \cdot j)} = 1.5821$$

Следует отметить, что возможны дальнейшие расширения понятия средней, позволяющие решать более специфические экономико-статистические задачи. Более детально с данной проблемой заинтересованный читатель ознакомится в книгах [55, 92, 116, 126, 128, 133, 150, 155, 157, 182]. Между тем, относительно одной и той же A -совокупности рассмотренные нами типы средних удовлетворяют следующему правилу мажорантности:

$$\bar{A}_h \leq \bar{A}_g \leq \bar{A} \leq \bar{A}_q \leq \bar{A}_{ah}$$

где знак равенства “=” имеет место только в случае отсутствия вариации признака, т.е.:

$$(\forall j)(a_j = a \rightarrow \bar{A}_h = \bar{A}_g = \bar{A} = \bar{A}_q = \bar{A}_{ah} = a)$$

Доказательство данного правила можно получить, например, средствами математического анализа, исходя из вида общей формулы *степенных средних* (38). Искушенному читателю это рекомендуется проделать в качестве весьма полезного упражнения. Разница между *средними* растет с ростом вариации осредняемых величин. При небольшой вариации данная разница незначительна, что в ряде случаев позволяет использовать более простые типы средней. Так, при анализе *темпов роста* использование *средней \bar{A}* более распространено, чем *геометрической средней \bar{A}_g* .

Из-за различных типов средних возникает необходимость их адекватного выбора в каждом конкретном случае. С этой целью вводятся два понятия: *определяющая функция* и *уравнение средней*. **Определяющая функция (DF)** – **обобщающий показатель (ОП)** **A**-совокупности, от которого зависит величина средней (\bar{A}), т.е. $\bar{A} = DF(\bar{A})$. *Определяющая функция и средняя* тесно связаны – значение **ОП** не меняется при подстановке в соответствующее уравнение вместо *индивидуальных значений их средней*. Выбор *типа средней* состоит из следующих четырех этапов, а именно:

1. *Формулировка задачи, для решения которой вычисляется средняя, и определяющей функции – ОП; при наличии для совокупности нескольких ОП можно вычислять для нее несколько типов средних*
2. *Нахождение математического выражения (определяющей функции) для ОП*
3. *Составление уравнения средней путем замены в ОП индивидуальных значений средними величинами*
4. *Решение уравнения средней и определение конкретной формулы для средней; входящие в уравнение средней величины должны быть связаны по смыслу так, чтобы получилась размерность обобщающего показателя.*

Описанную процедуру *выбора* типа средней рассмотрим на простом примере. Предположим, что имеется следующий простой временной (*динамический*) ряд:

Год активности ТТГ (1970 - 1999)	Количество публикаций	Темпы роста публикаций
1970	A_1	A_1
1971	A_2	$K_1 = A_2/A_1$
1972	A_3	$K_2 = A_3/A_2$
.....
1999	A_n	$K_{n-1} = X_n/X_{n-1}$

который четко отражает динамику научных публикаций ТТГ по годам ее активности. Для характеристики темпов роста числа публикаций мы используем *коэффициенты роста (K)* – *отношения текущего года к предыдущему*, т.е. $K_j = A_{j+1}/A_j$ for $j \in \{1, 2, \dots, n-1\}$. Нам требуется определить среднюю величину роста, т.е. *тип средней для K-коэффициента*. Согласно вышесказанному определяем *обобщающий показатель* следующим образом:

$$A_n = A_1 \prod_{j=1}^{n-1} K_j$$

но тогда после простых преобразований получаем следующие соотношения:

$$A_n = A_1 \prod_{j=1}^{n-1} \bar{K}; \quad (n-1) \ln(\bar{K}) = \ln\left(\prod_{j=1}^{n-1} K_j\right); \quad \text{Ln}(\bar{K}) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} \ln(K_j)}{n-1}$$

Следовательно, для такого класса задач используется *геометрическая средняя*, а не, например, арифметическая средняя. Для упрощения вычисления геометрической средней (\bar{A}_g) можно применять логарифмирование по формулам (36), заменяя извлечение корня n -й степени из произведения *средней арифметической* логарифмов сомножителей с *последующим* возведением в степень полученного результата.

Следует отметить, что формулы для *средних* величин могут быть получены и на основе *общих степенных средних*, определяемых следующими выражениями:

$$\bar{A}_k = \sqrt[k]{\frac{\sum_{j=1}^n a_j^k}{n}} \quad \tilde{A}_k = \sqrt[k]{\frac{\sum_{p=1}^m a_p^k f_p}{\sum_{p=1}^m f_p}} \quad (38)$$

где f_k – частоты варианта A -признака. В зависимости от значения k -показателя мы получаем различные типы рассмотренных средних согласно следующей табл. 6.

Таблица 6. Типы средних значений (*величин*)

k -значение	Определяющая функция	Тип средней
-1	$DF = 1/A$	гармоническая
0	$DF = \ln(A)$	геометрическая
1	$DF = A$	арифметическая
2	$DF = A^2$	квадратическая

В статистике используются и другие *типы* средних, но значительно реже. Более подробное рассмотрение данного вопроса выходит за рамки настоящей книги, однако *заинтересованный* читатель более детально с данным вопросом может ознакомиться в книгах [55, 92, 116, 126, 128, 133, 150, 155, 157, 182]. Между тем, при использовании *метода средних* следует учитывать ряд их свойств, без чего возможны недостоверные выводы по исследуемой совокупности, ибо средняя не только выявляет общие тенденции, но многое также и нивелирует (*скрывает от первоначального впечатления характер явления или процесса*).

6.3. Структурные средние величины совокупностей

Наряду с рассмотренными выше в статистике используются еще две особые разновидности *средних* величин, которые вытекают из характеристики статистических рядов и не являются результатом алгебраических вычислений. Условно их можно назвать *структурными средними* – это *мода* и *медиана*. Структурный характер этого типа средних будет легко усматриваться из дальнейшего изложения. *Модой* (**Mo**) называется вариант признака, имеющий наибольшую частоту (*частость*), т.е. *мода* – *наиболее типичное* значение признака. *Медиана* (**Me**) – значение *вариационного ряда* (**ВР**), расположенное в его середине, т.е. медиана делит ряд на две равные части. В отличие от других типов средних, значения которых не обязательно принадлежат совокупности, **Mo** всегда является единицей совокупности – дискретного **ВР**.

Структурные средние – особый вид средних величин – применяются для изучения *внутреннего* строения рядов распределения значений признака, а также для оценки средней величины (*степенного типа*), если по имеющимся в наличии статистическим данным ее расчет не может быть выполнен. В качестве структурных средних чаще всего используют показатели *моды* – наиболее часто повторяющегося значения признака, и *медианы* – величины признака, которая делит упорядоченную последовательность его значений на две равные по численности части. В итоге у одной половины единиц совокупности значение признака не превышает *медианного* уровня, а у другой – не меньше его. Если изучаемый признак имеет дискретные значения, то особых затруднений при расчете *моды* и *медианы* нет. Если же данные о значениях признака X представлены в виде упорядоченных интервалов его изменения (*интервальных рядов*), расчет *моды* и *медианы* несколько усложняется и используется интерполяционный подход.

Наиболее простыми являются вычисления величин M_o и M_e для дискретного ВР (раздел 4.5). Для него M_o определяется как вариант, имеющий частоту (*частоту*), большую, чем для его соседей *слева* и *справа*. В *интервальных ВР* для вычисления *величины* M_o сначала определяется *модальный интервал (МИ)*: если ряды с *равными интервалами* – по *наибольшей частоте (частости)*, при *неравных* – по *наибольшей плотности* распределения. При равных интервалах величина M_o внутри *МИ* вычисляется по следующей простой формуле:

$$M_o = A_d + \frac{d \cdot (f - f_1)}{2 \cdot f - f_1 - f_2} \quad (39)$$

где A_d – нижняя граница *МИ*; f, f_1, f_2 – частоты (*частости*) соответственно *модального, предмодального* и *постмодального* интервалов, d – величина интервала *ВР*. *Унимодальный ВР* имеет одну M_o , *мультимодальный* – несколько. Полноценное смысловое значение величина M_o имеет только для *унимодальных ВР*, для *V-, U-образных* и *мультимодальных* распределений величина M_o вообще не определяется.

Для дискретного ВР с $(2n + 1)$ членами величина M_e совпадает с $(n + 1)$ -м его членом, а с $2n$ членами – равна *средне арифметическому значений* двух центральных его членов. Перед вычислением *величины* M_e *ВР* должен быть обязательно *ранжирован* в порядке возрастания/убывания, если до этого он не *ранжировался*. Для вычисления *величины* M_e в *интервальном ВР* применяется следующая простая формула:

$$M_e = A_d + \frac{d \cdot (S - 2 \cdot S_1)}{2 \cdot f} \quad (40)$$

где A_d – нижняя граница *медианного интервала (интервал, содержащий медиану)*, d – значение интервала *ВР*, S – общее количество наблюдений, S_1 – общая сумма совокупных частот всех интервалов, предшествующих *медианному*, f – частота *медианного интервала*. Формулы (39) – (40) выводятся из пропорций, получающихся из простых геометрических соображений при рассмотрении *гистограммы интервального ВР*. Следует отметить, что величина M_e не несет особого смыслового значения, кроме того, что делит *ВР* на две равные части. Иногда также используется *наиболее инерционное значение (НИЗ)* – такое значение варианта *ВР*, для которого произведение его значения на частоту является *максимальным (момент инерции)*. Для случая рассматриваемого ниже *ВР* величина $НИЗ=3$. Для дальнейшего изложения нам понадобится один многоаспектный пример результатов наблюдения – сводка научных публикаций ТТГ за 1970 – 1999 годы (табл. 7).

В Табл. 7, построенной на основе Табл. 1, сделана *перегруппировка* первичных данных [23, 191], а именно, научные публикации представлены в разрезе двух следующих *основных типов* – (1) *монографические публикации (монографии, книги, отчеты и сборники)* и (2) *периодические публикации, разделенные, в свою очередь, на отечественные (А) и зарубежные (В) публикации*.

Это было сделано с целью более адекватного анализа динамики публикаций ТТГ.

Таблица 7. Распределение публикаций ТТГ по годам ее активности (1970 – 1999)

Год издания	Монографические публикации	Объем в страницах	Периодические публикации				Общее количество публикаций	Общий объем публикаций
			отечественные (А)		зарубежные (В)			
			Количество	Объем в страницах	Количество	Объем в страницах		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1970	0	0	3	23	0	0	3	23
1971	1	120	8	94	0	0	9	214
1972	1	235	3	18	0	0	4	253
1973	0	0	2	14	0	0	2	14
1974	0	0	3	29	3	49	6	78
1975	1	180	2	12	1	22	4	214
1976	1	310	4	93	1	21	6	424
1977	0	0	1	8	0	0	1	8
1978	1	100	6	83	1	34	8	217
1979	0	0	0	00	1	22	1	22
1980	2	376	4	75	0	0	6	451
1981	1	160	6	135	2	27	9	322
1982	1	285	2	7	2	17	5	309
1983	2	220	5	234	1	6	8	460
1984	0	0	0	0	3	30	3	30
1985	3	565	0	0	1	8	4	573
1986	2	320	0	0	3	58	5	378
1987	1	50	0	0	2	45	3	95
1988	3	312	2	25	8	132	13	469
1989	2	602	0	0	1	11	3	613
1990	2	762	0	0	1	23	3	785
1991	3	702	0	0	1	7	4	709
1992	3	561	0	0	0	0	3	561
1993	5	1156	2	14	0	0	7	1170
1994	1	115	0	0	0	0	1	115
1995	2	450	4	62	2	23	8	535
1996	2	558	5	53	3	18	10	629
1997	4	1192	5	47	3	12	12	1251
1998	4	1196	6	52	4	18	14	1266
1999	5	3275	6	58	4	21	15	3354
Итого	53	13802	79	1136	48	604	180	15542

В качестве простого примера рассмотрим вычисление величин M_0 и M_e для интервального ВР А, составленного на основе 2-й графы табл. 7, а именно:

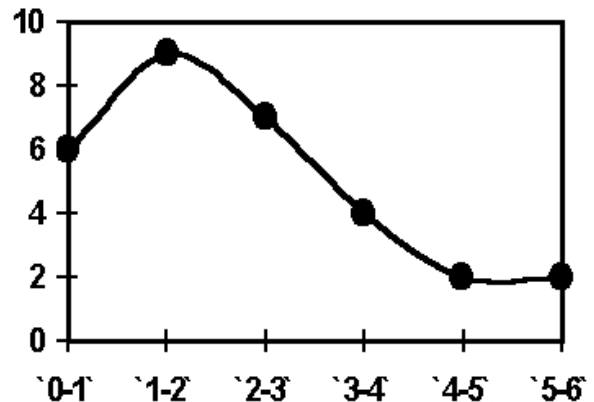
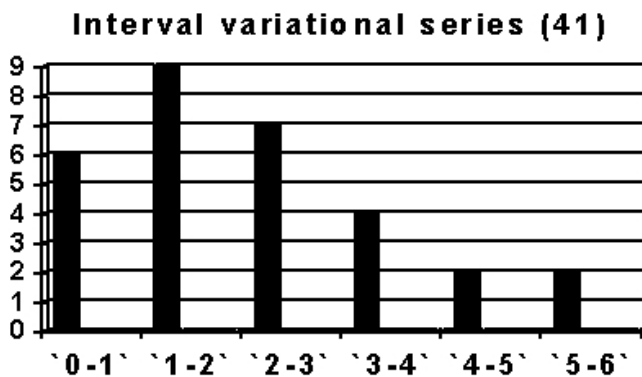
интервал:	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	(41)
частота:	6	9	7	4	2	2	

Нетрудно убедиться, что *модальный* и *медианный* интервалы совпадают с интервалом "1 - 2" данного ВР (41). Используя теперь формулы (39) и (40), получаем значения соответственно для величин M_o , M_e и \bar{A} , а именно:

$$M_o = 1 + \frac{1 \cdot (9 - 6)}{2 \cdot 9 - 6 - 7} = 1.6; \quad M_e = 1 + \frac{1 \cdot (30 - 2 \cdot 6)}{2 \cdot 9} = 2$$

$$\bar{A} = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{6 + 9 + 7 + 4 + 2 + 2} = 1.77$$

Из полученных результатов видно, что значения величин M_o , M_e и \bar{A} ВР (41) весьма близки между собой, что позволяет, *вроде бы*, говорить о том, что соответствующее ему *распределение* довольно близко к нормальному, для которого имеет место соотношение $M_o = M_e = \bar{A}$. Тогда как в разделе 7.1 будет показано, что это далеко не так.



В целом ряде случаев величины M_o и M_e являются более адекватными характеристиками ВР. Например, при определении объема производства и реализации наиболее ходовых по размерам товаров (*обувь, одежда и др.*) показатель M_o существенно предпочтительнее средней арифметической. Показатель M_e более предпочтителен, чем средне арифметическая, для небольших ранжированных ВР, ибо на величину средней могут оказать влияние случайные колебания значений его *крайних* элементов. В случае отличного от *нормального* распределения ВР соотношения значений показателей M_o , M_e и \bar{A} можно использовать для характеристики его *асимметрии*.

6.4. Метод средних – важный прием обобщения

Метод средних настолько важен в статистике, что его иногда неправомерно ассоциируют с самой статистикой (*например, А.Л. Боули*). Однако метод средних наряду с положительными сторонами имеет достаточно серьезные недостатки и его применение требует определенной осторожности. *Средняя* только тогда корректно характеризует типы и закономерности явлений, когда она вычисляется для качественно *однородной* совокупности. При этом, имеется в виду не полное совпадение и тождество всех единиц в совокупности, а общие признаки, позволяющие вычислять корректную среднюю величину. Если средняя вычисляется для качественно *разнородной* совокупности, то в ней могут затухать различные социально-экономические типы явлений. Такая средняя из корректной превращается в фиктивную величину. Примером такого рода может служить, так называемая "*средняя*" зарплата в государстве, вычисляемая без учета групповой дифференциации населения по доходам и расходам.

Наибольшая эффективность метода средних достигается при разбиении совокупности на *однородные* группы, внутри которых вычисляются средние, характеризующие каждую

группу. В средней величине взаимно погашаются крайние значения величин и действия случайных факторов, позволяя более четко проявиться типу и качеству явления. В средней величине все влияния на объект *взаимопогашаются* и более четко выражается основная линия его развития, в ней устраняются все случайные колебания отдельных единиц и отражается объективная необходимость. *Средняя* выступает как величина обобщающая, типическая для данного явления.

Средняя величина – это обобщающий показатель, характеризующий *типичный уровень* явления. Он выражает величину признака, отнесенную к единице совокупности. Для того, чтобы этот *средний показатель* был действительно типизирующим для исследуемой совокупности, он должен рассчитываться с учетом определенных принципов, из которых отметим следующие четыре, а именно *средняя величина* должна: (1) определяться для совокупностей, состоящих из *качественно однородных* единиц, (2) вычисляться для совокупностей, состоящих из достаточно большого числа единиц, (3) рассчитываться для совокупностей, единицы которых находятся в *нормальном, естественном* состоянии и (4) вычисляться с учетом социально-экономического содержания исследуемого показателя.

Общая теория статистики предлагает общие принципы и обоснования основных форм применения средних величин. Тогда как отраслевые статистики имеют дело с конкретным разнообразием средних; они занимаются вопросами анализа средних, особенностями практики их применения и вычисления [231]. Для теории статистики (*особенно отраслевых статистик*) главными являются не математическая сторона вычисления средних, а приемы анализа средних по существу, выявление границ и особенностей использования того или иного технического приема, использование средних для изучения и иллюстрации тех или иных закономерностей социально-экономических явлений.

С помощью *метода средних* одним числом характеризуется вся исследуемая совокупность единиц, выявляя общие черты и устраняя случайные. Но это далеко не всегда имеет место, ибо средняя величина лишь до известного предела характеризует качество явлений. Необходимо, чтобы взаимопогашению отклонений от средней в процессе ее вычисления соответствовал реальный процесс, характеризующий явление. В любом случае средняя – элемент абстракции, ибо в ней отсутствуют индивидуальные различия и ее значение часто не является элементом исследуемой совокупности или с реальной точки зрения не имеет смысла. Например, в среднем за год ГТГ публиковала по 1.77 монографии, книги или отчета (табл. 7), хотя эти публикации измеряются только целыми числами. Однако, средняя отражает общее в массе явлений и это общее реально существует. Если же средняя величина вычисляется для произвольной совокупности элементов, то в ней не отразится общего для них качества, как реально не существующего для разнородных явлений и процессов.

Конкретный *экономический анализ* помогает определять допустимость той или иной средней. В любом случае при использовании средней следует иметь в виду ее недостатки и, по возможности, оценивать ее ошибки. В практике статистики широко применяется индексный метод, представляющий собой дальнейшее развитие *метода средних* и рассматриваемый в девятой главе настоящей книги.

В заключение обсуждения отметим, что *средняя* всегда дает обобщающую характеристику лишь по одному признаку, тогда как каждое явление многогранно – оно характеризуется многими признаками. Поэтому, для более глубокого его анализа рекомендуется вычислять не одну, а некоторые системы средних, позволяющих описывать явление с разных сторон. Более того, сама *система средних* должна применяться в комплексе с другими обобщающими показателями – *объемными* и *относительными* величинами. Лишь в этом случае имеется определенная гарантия того, что совокупность явлений познается глубоко и всесторонне.

Глава 8.

Элементы анализа временных рядов

В предыдущей главе рассматривались вариационные ряды, характеризующие вариацию признака некоторого явления безотносительно временной тенденции. Тогда как изучение динамики явления непосредственно связано с изменением значения того или иного признака со временем. Этой цели служат хронологические ряды, называемые также рядами динамики или временными. Методы анализа временных (динамических) рядов наиболее интенсивно начали развиваться в 20-х годах прошлого века и их развитие продолжается до сих пор [115, 123-125]. Процесс изменения явлений *во времени* заключается, главным образом, в том, что происходит изменение воздействия на них многих факторов, и само время становится собирательным фактором – внешне явление развивается под действием времени. Анализ временных рядов является важной экономико-статистической задачей, позволяющей изучать разнообразные явления в их динамике, определять их тенденции и разрабатывать соответствующие прогнозы.

Более формально, *временной ряд* может быть определен следующим образом. **Временной ряд** – набор данных, который устанавливает значения *результатирующей переменной* и соответствующих значений *времени* или связанной со временем переменной по *временному интервалу*. Если же данные включают значения *результатирующей Y-переменной*, зарегистрированной в *дискретные моменты времени*, например $(Y_1, t_1), (Y_2, t_2), \dots, (Y_n, t_n)$, то ряд, говорят, является **дискретным временным рядом**. Как правило, моменты, в которые производится регистрация, являются *равно удаленными*. Например, рис. 17 – графическое представление дискретного временного ряда с равно удаленными точками отсчета времени. В дальнейшем наряду с термином “временной ряд” будем использовать его синонимы “динамический ряд” и просто “ряд”.

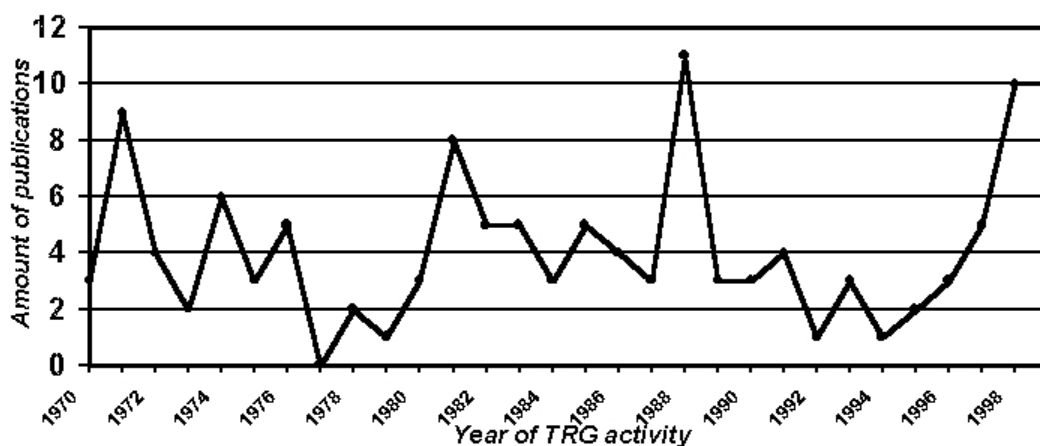


Рис. 17. График дискретного временного ряда, базирующегося на данных табл. 9 (графа 6)

Данный *дискретный* временной ряд представляет *ежегодную динамику* количества публикаций ТПГ на основе данных графы 6 из табл. 9. Альтернативно, *непрерывный* временной ряд может быть определен, в котором значения Y определены для *каждого значения величины t* в заданном временном интервале. Практически, *непрерывные* временные ряды возникают в

случае, когда: (1) устройство регистрации фиксирует значения переменной по временному интервалу и делает запись результатов в виде непрерывного графика или (2) результирующая переменная дискретна и моменты, в которых изменения имеют место, отмечаются. Обратите внимание, что термины "непрерывные" и "дискретные" в применении к временному (динамическому) ряду не определяют тип результирующей переменной. Как дискретный, так и непрерывный временной ряд может явиться результатом либо дискретных, либо непрерывных результирующих переменных. Непрерывные временные ряды имеют достаточно ограниченное и специализированное применение, и не рассматриваются далее в настоящей книге. Методы анализа дискретного временного ряда наиболее интенсивно начали развиваться в двадцатых годах позапрошлого столетия, и их развитие продолжается до настоящего времени [115, 123-125, 127, 132, 157, 182, 214, 215, 270-272, 285].

Между тем, временные ряды не присущи только экономическим и статистическим разделам. Они играют достаточно важную роль, например, в такой междисциплинарной науке как теория систем, когда динамическая система представляется неким объектом, состоящим из некоторого семейства временных рядов [214]. На основе исследования методов динамических систем может успешно быть решена формализация проблемы моделирования временного ряда. Данное исследование важно как на концептуальном, так и на алгоритмических уровнях. Алгоритмы приблизительного анализа моделирования временного ряда представляют непосредственный интерес в многочисленных приложениях, например, в эконометрике. В частности, интересный системный подход к разработке точных и приблизительных моделей, объясняющих заданный (наблюдаемый) временной ряд может быть найден в работе [214].

8.1. Типы временных рядов, их построение и представление

Ряд расположенных во временной шкале значений статистического показателя, изменение которых отражает закономерность развития изучаемого явления, называется *временным (динамическим)*. Каждый *временной ряд* состоит из двух компонент, а именно: (1) *временная шкала* – моменты (даты, времена и др.) или периоды (месяц, квартал, год, пятилетка и др.) времени; (2) *уровни ряда* – собственно статистические данные, относящиеся к выбранной временной шкале. Обе компоненты называются членами временного ряда. Особо выделяют уровни *начальный, конечный и средний*, представляющие собой соответственно *первый, последний* уровни временного ряда и среднюю из уровней ряда. Уровни временного ряда имеют две основные особенности, а именно: (1) *уровень последующего времени зависит от уровня предыдущего времени* и (2) *чем больше временной интервал между событиями, тем больше, как правило, различаются их количественные и качественные характеристики*. Например, в табл. 4 представлена динамика по пятилеткам научных публикаций ТГГ, из которой видно, что данный временной ряд подвержен существенным колебаниям относительно средней арифметической. Однако по другому признаку – качеству публикаций, определяемому их цитируемостью, временной ряд (табл. 9) указывает на постоянный рост интереса к работам ТГГ, в результате чего группа занимает одну из ведущих позиций среди исследовательских коллективов по МТОС и ее многочисленным приложениям, особенно в вычислительных и биологических науках.

Для правильного анализа временного ряда необходимо знать их типы, определяемые при группировке элементов ряда по разным признакам. По *временной шкале* они делятся на *моментные* и *интервальные*. В *моментном* временном ряде его уровни выражают величину явления на определенные дату или время. Примером такого временного ряда может служить табл. 13, в которой дана динамика суммарного количества крупных публикаций (*монографии, книги, сборники статей, отчеты*) ТГГ на конец завершающего каждую пятилетку года. Не

имеет смысла суммировать *уровни* мгновенного временного ряда, но *разность уровней* ряда имеет весьма определенный смысл.

Таблица 13. Суммарные количества крупных публикаций ТТГ

<i>Итоговая дата</i>	31.12.74	31.12.79	31.12.84	31.12.89	31.12.94	31.12.99
<i>Публикация</i>	2	5	11	22	36	53

В *интервальном* ряде его уровни выражают величину явления за определенный период времени (*год, пятилетку и др.*). Отличительной особенностью *интервального* ряда *абсолютных* величин является возможность суммирования уровней смежных интервалов, укрупняя их. В результате получаем накопленные (*кумулятивные*) итоги, имеющие реальное содержание. Следует, однако, иметь в виду, что в ряде случаев возможно преобразование *моментного* ряда в *интервальный*, и наоборот. Примером интервального временного ряда служат данные табл. 7, содержащей распределение публикаций ТТГ по годам ее деятельности. В данной таблице можно выделить не менее 8 временных рядов – динамики публикаций ТТГ за определенный период (*год*) в разрезе их (1) типа (*книги, статьи*), (2) места издания (*СССР, за рубежом*), (3) объема в страницах оригинального издания и т.д.

По полноте *временного* представления ряды делятся на *полные* и *неполные*. В *полных* рядах временная шкала имеет равные интервалы, в *неполных* – неравные (*уровни по некоторым моментам или интервалам отсутствуют*). Приведенные выше временные ряды (табл. 7, 13) являются *полными*. По способу выражения уровней ряды делятся на ряды *абсолютных, средних* и *относительных* величин. Приведенные до сих пор примеры относились к рядам первого типа. В табл. 14 представлена динамика среднего объема крупных публикаций (*монографии, книги, сборники статей, отчеты*) по пятилеткам деятельности ТТГ.

Таблица 14. Динамика средних объемов (*в стр.*) монографических публикаций ТТГ

<i>Период</i>	1970 - 1974	1975 - 1979	1980 - 1984	1985 - 1989	1990 - 1994	1995 - 1999
<i>Средний объем</i>	71	118	208	370	659	1334

Данные табл. 14 легко получаются из табл. 7 (графа 3); из них, в частности, следует, что динамика средних размеров монографических публикаций ТТГ имеет ярко выраженную тенденцию к росту, иллюстрируемому следующим графическим (рис. 18) представлением ряда средних объемов (*average sizes*).

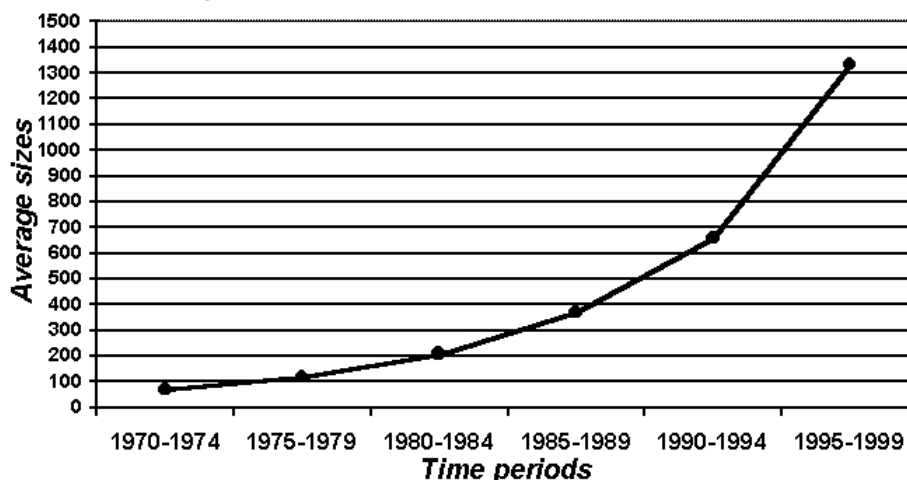


Рис. 18. Динамика средних объемов публикаций ТТГ

Примером временного ряда *относительных* величин может служить табл. 5, отражающая динамику по пятилеткам доли публикаций ТТГ по их типам (*монографии, книги, статьи, сборники, научные отчеты*).

Важнейшей проблемой построения временных рядов является *сопоставимость* их уровней, ибо при ее отсутствии невозможно получать достоверных показателей динамики рядов. Приведем основные причины несопоставимости уровней временного ряда и способы их устранения. Важным требованием любых динамических сравнений является сопоставимость территории, к которой относятся уровни ряда. Изменение территории обычно приводит к различию статистических показателей. Для приведения этих данных к сравнимому виду производится их перерасчет с учетом новых территориальных границ. Например, средняя величина миграции населения в СССР была одна, а с его распадом страны эта величина существенно изменилась, например, для СНГ и ее субъектов. Понятие территории носит и более широкий смысл. Так, научная активность одного и того же творческого коллектива неодинакова в различных местах его дислоцирования, что проверено на практике.

Уровни ряда должны быть сопоставимы по *кругу охватываемых объектов*. Несопоставимость может возникать, например, вследствие переподчинения составляющих объект единиц. Однако сопоставимость не нарушается при уменьшении/увеличении единиц совокупности. Примером несопоставимости может служить совмещение в одной совокупности публикаций монографического и периодического характеров. Вполне очевидно, их динамики в процессе научной активности, в общем случае, различны. Сопоставимость по кругу охватываемых объектов достигается путем перехода к относительным показателям и смыканием рядов. Приведем пример смыкания временных рядов объемов услуг фирмы *SALCOMBE Eesti Ltd.*, к которой в 1993 была присоединена фирма *FIDO Ltd.* Реализация услуг объединенной фирмы выражается следующим временным рядом (см. табл. 15).

Таблица 15. Объем оказанных информационных услуг фирмой *SALCOMBE Ltd* (в тыс. ЕЕК)

Период	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Перед слиянием	120	130	135	140						
После 1-го слияния				170	175	180	190			
После 2-го слияния							235	250	260	300

В самом простом случае слияния двух фирм, как правило, *год слияния* выбирается в качестве *базисного года* и относительно этого года делается перевычисление. Однако, в нашем случае имеют место два слияния в различные годы (**1993** и **1996**). Поэтому, целесообразно выбрать в качестве *базисного* года год, расположенный между годами слияния. Без потери общности мы предполагаем, что таким годом является **1995**. Для закрытия *временного* ряда, отражающего динамику объемов услуг *SALCOMBE Eesti Ltd*, мы принимаем данные **1995** (*базисный год*) за 100% относительно предыдущих и последующих лет (табл. 15). Поэтому, для объединенной *SALCOMBE Eesti Ltd* в 1995 выбирается показатель **180**. Произведя простые вычисления, мы получаем закрытый временной ряд (табл. 16) объемов предоставленных услуг (*в процентах к базисному 1995*). Точно так же мы выполняем закрытия ряда относительно базисных лет (**1993** и **1996**), которые одновременно являются и годами слияния с фирмой *SALCOMBE Eesti Ltd* вышеупомянутых двух фирм. Однако, в случае выбора года слияния в качестве *базисного*, *перевычисление* производится несколько иначе, а именно. Без потери общности, мы выбираем **1996** в качестве *базисного* года. При сделанном предположении, за 100% для предыдущих лет выбирается значение **190**, а для последующих – значение **235** соответственно (табл. 15). Итак, произведя (*принимая во внимание вышеупомянутые соображения*) простые вычисления, мы

получаем закрытый временной ряд (табл. 16) объемов оказанных информационных услуг (*в процентах к базисному 1996*). Аналогично мы решаем данную задачу и для случая базисного года 1993 (табл. 15). Итоговые результаты *закрытия* временного ряда относительно указанных базисных лет представлены в табл. 16.

Таблица 16. Динамика объемов оказанных информационных услуг фирмой SALCOMBE Ltd

Период	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Относительный уровень в % к 1993	85.7	92.9	96.4	100	102.9	105.9	138.2	147.1	152.9	176.5
Относительный уровень в % к 1995	66.7	72.2	75.0	94.9	97.2	100	130.6	138.9	144.4	166.7
Относительный уровень в % к 1996	63.2	68.4	71.0	89.5	92.1	94.7	100	106.4	110.6	127.7

На основе *графического* представления (рис. 19) полученного временного ряда *относительных* величин, значения которых представлены табл. 16, мы имеем возможность удостовериться, что динамика ряда (*прямая на рис. 19 отмечена красным*), полученная *закрытием* относительно базисного года 1995, который является *промежуточным* между годами 1993 и 1996 *слияния* фирм, отражает среднюю динамику временного ряда, полученного *закрытием* относительно лет слияния. Сглаживая *критические* годы слияния, приведенный метод во многих случаях более предпочтителен при разработке некоторого временного ряда *относительных* величин. При этом, успешность *закрытия* ряда *относительных* величин в значительной степени зависит от выбранного метода, который должен принимать во внимание характер *явления*, отражаемого искомым временным рядом.

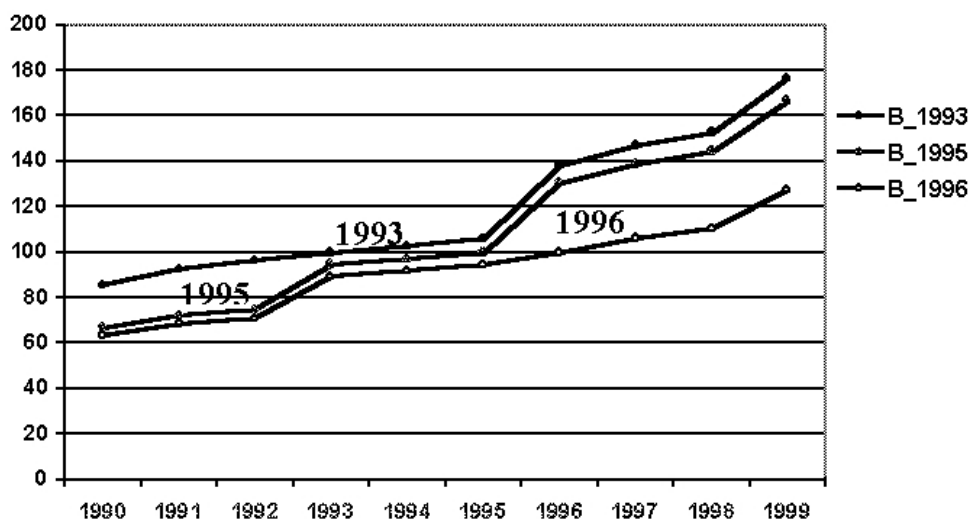


Рис. 19. Динамика объемов оказанных услуг фирмой в зависимости от базисного года

В *моментных* временных рядах может возникать *несопоставимость* по *критическому* моменту регистрации для явлений с сезонным характером уровней. Например, число заболеваний ОРЗ выше зимой и ранней весной, чем летом. Поэтому, нельзя в такие ряды включать уровни с разными датами регистрации. Несопоставимость из-за различия *единиц измерений* очевидна сама по себе. Она может возникнуть, например, из-за несравнимости денежных оценок, что особенно актуально в условиях постсоветского периода (*оптовые, розничные и региональные*

цены, различные денежные единицы и др.). Для устранения такого рода несопоставимости можно использовать различные индексы. Уровни временного ряда должны быть сопоставимы и по методике их расчета, т.е. при их сведении в ряд следует оценивать методики их получения на предмет совместимости.

Условием сопоставимости уровней *интервального* ряда является *равенство периодов времени*, за которые приводятся данные. Несопоставимость статистических данных может возникнуть из-за *различного понимания* единиц совокупности, характеризуемой исследуемым временным рядом. Например, сведение в один временной ряд уровней (*объемы публикаций*) для статей и книг заведомо не является корректным по причине как их периодичности изданий, так и большой разнице в объемах. Итак, исследуемая совокупность должна быть однородной по выбранному признаку, значения которого и составляют уровни ряда. Несопоставимость статистических показателей динамики может быть обусловлена и различной структурой совокупности за различные периоды времени. В связи со сказанным, вопросу *сопоставимости* уровней временного ряда в каждом конкретном случае следует уделять самое пристальное внимание во избежание ошибочных результатов анализа динамики исследуемого явления.

Графическое представление динамики уровней временного ряда позволяет весьма наглядно изображать процесс развития явления во времени, упрощает многие вопросы последующего сглаживания рядов, а также весьма способствует более эффективному их анализу. Способы графического представления (*подробнее о них говорилось в разделе 4.6; см. также рис. 17, 18, 19*) динамики рядов весьма разнообразны, здесь рассмотрим лишь некоторые из них. Наиболее широко используемым является представление ряда *линейной диаграммой*, которая строится в декартовой системе координат – на осях абсцисс и ординат откладываются соответственно *даты или периоды времени* и *уровни ряда*. При представлении *интервального* временного ряда его уровни относятся к *серединам* соответствующих им интервалов.

Рассмотрим графическое представление *интервальных* рядов **U**, **A** и **G**, характеризующих динамику цитирования в СССР и за рубежом публикаций ТТГ (табл. 9; столбцы 4, 5 и 6 соответственно), в единых координатах (рис. 20). Изображение в одной системе координат нескольких графиков различными типами линий позволяет легко визуально сопоставлять динамику разных показателей. Но в случае большого числа графиков (*как правило, более 4*) может проигрывать наглядность представления. Рис. 20 показывает явную тенденцию к *увеличению* цитируемости публикаций ТТГ как в СССР, так и за рубежом при существенном опережении во втором случае, что может в определенной мере характеризовать уровень развития МТОС и ее приложений в СССР и за рубежом. Данные графики представлены в единой системе координат посредством достаточно известного средства “Diagram Microsoft Graph 97” из известного пакета “Microsoft Office 97” для Windows 98SE.

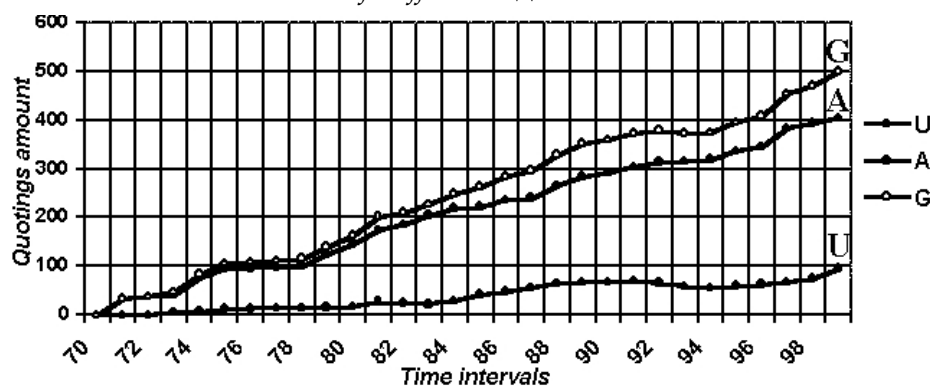


Рис. 20. Графическое представление трех *интервальных* временных рядов, отражающих ежегодную динамику цитирования публикаций ТТГ относительно их места издания

Статистические кривые временных рядов различаются по *типу* используемых координат, точнее по масштабам осей координат, что приводит к изменению конфигурации кривых. Чаще всего используются *равномерные* масштабы: по осям абсцисс и ординат отрезки шкалы берутся пропорционально числу соответственно периодов времени или дат, и также самим уровням. По оси ординат может использоваться шкала, пропорциональная либо самим уровням, либо их логарифмам. Этот тип координат используется для временных рядов с резко изменяющимися уровнями. Однако, он придает статистическим кривым слабую тенденцию вверх и как бы скрадывает динамику самого процесса. Такая система координат называется *полулогарифмической* и широко используется при изображении динамики ряда важных экономических показателей.

Кроме *линейных* диаграмм могут применяться *радиальные*, весьма удобные для представления динамики процессов *периодического* (например, *сезонного*) характера. В радиальной системе координат на окружности откладывается временная шкала, а на ее диаметрах уровни ряда, начиная от центра. Получаемые концентрические ломаные изображают ряд с повторением его циклических колебаний. Однако, неудачный выбор соотношения масштабов по осям координат может существенно изменить внешний вид статистической кривой временного ряда и создать неверное представление о динамике изучаемого явления, представляемого им.

Для сравнения отдельных уровней временного ряда используются *столбиковые* диаграммы; при этом, столбики уровней можно располагать вплотную и отдельно. Например, на рис. 21 представлена *столбиковая диаграмма* динамики *отечественных* (*Domestic*) и *зарубежных* (*Foreign*) публикаций ТТГ в области МТОС и ее приложений по пятилеткам активности. Графическое представление ряда позволяет визуально определять основные черты динамики изучаемого явления или сравнительной динамики нескольких явлений, или различных сторон одного и того же явления. В последнем случае рекомендуем придерживаться *единой* временной шкалы координат либо использовать *относительные* величины, когда статистические кривые сходятся в *одной* (*базисной*) точке, что позволит легко проводить различные *сопоставления* исследуемых временных рядов.

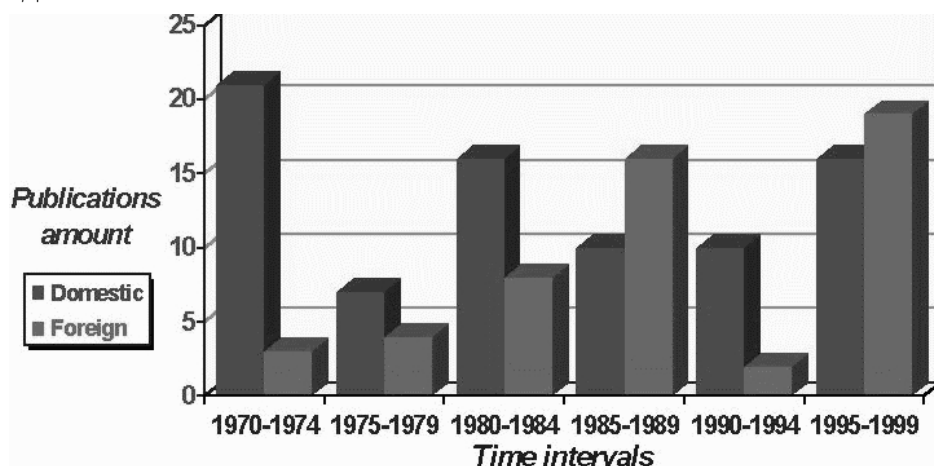


Рис. 21. Количества отечественных и зарубежных публикаций ТТГ по пятилеткам

Необходимые данные для разработки и построения вышеуказанных диаграмм получены на основе статистических данных наблюдения активности ТТГ (табл. 9; графы 2 и 3).

8.2. Статистические показатели временного ряда

Для характеристики *особенностей* и *закономерностей* развития изучаемого явления во времени необходимо решить целый ряд задач и осветить широкий круг вопросов. К числу

основных задач, возникающих при изучении временных рядов, относятся следующие: (1) характеристика интенсивности отдельных изменений в уровнях ряда с течением времени; (2) определение средних показателей динамики; (3) выявление закономерностей динамики ряда в целом; (4) интерполяция и экстраполяция; (5) выявление основных факторов, влияющих на изменение динамики исследуемого явления.

Временной ряд – это ряд последовательных уровней (**L**), сопоставляя которые между собой, можно получать характеристику скорости и интенсивности развития явления. В результате сравнения уровней получается **система абсолютных и относительных** показателей динамики, к числу которых относятся: **абсолютный прирост, коэффициент (темп) роста, темп прироста, абсолютное значение 1%** и др. При этом, сравниваемый уровень ряда называется **текущим**, а уровень, с которым производится сравнение – **базисным**. За **базисный** часто принимается либо **начальный** в ряде уровень, либо уровень, с которого начинается какой-то новый этап развития явления, отражаемого данным рядом. Если производится сравнение каждого уровня ряда с предыдущим, то имеем **ценные показатели** динамики; при сравнении с базисным уровнем – **базисные показатели** динамики. В первом случае показатели динамики ряда характеризуют интенсивность изменения уровней от периода (**момента**) к периоду (**моменту**), во втором – окончательный результат всех изменений в уровнях ряда за период от базового уровня до текущего. Выбор базиса должен быть обоснованным и отвечать самой сущности изучаемого явления.

Абсолютный прирост (AIC) есть разность двух смежных уровней ряда, т.е.: $AIC_k = L_k - L_b$, где **L_k** и **L_b** – соответственно **текущий** и **базисный** уровни ряда (**k = 1 .. n**). Иногда показатель **AIC** называют **скоростью роста**. В качестве **базисного** уровня можно выбирать как некоторый фиксированный (**L_b = constant, basis**), так и предыдущий (**L_b = L_{k-1}**) уровень. Как правило, за базисный выбирается первый (**L_b = L₁**) уровень ряда. Не нарушая общности, в дальнейшем будем полагать **базисным** **первый уровень** временного ряда. За весь период, описываемый временным рядом, величина **AIC** вычисляется по следующей простой формуле:

$$AIC = \sum_{k=1}^n AIC_k = L_n - L_1, \quad \text{if } L_b \equiv L_{k-1}$$

Для иллюстрации расчетов показателей динамики временного ряда определяем ряд (табл. 17; графы 1 и 2) на основе табл. 9 (графа 3 – *цитируемость публикаций ТТГ в СССР по МТОС*).

Таблица 17. Динамика годовой цитируемости публикаций ТТГ в СССР

Год	L _k	AIC _k	G _{Ck}	G _{Cbk}	GR _k	GR _{bk}	A1% _k
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1972	0	0	-	-	-	-	-
1973	5	5	1.00	1.00	0.00	0.00	-
1974	7	2	1.40	1.40	0.40	0.40	0.05
1975	12	5	1.71	2.40	0.71	1.40	0.07
1976	13	1	1.08	2.60	0.08	1.60	0.12
1977	14	1	1.08	2.80	0.08	1.80	0.13
1978	14	0	1.00	2.80	0	1.80	0.14
1979	15	1	1.07	3.00	0.07	2.00	0.14
1980	18	3	1.20	3.60	0.20	2.60	0.15
1981	27	9	1.50	5.40	0.50	4.40	0.18
1982	24	-3	0.89	4.80	-0.11	3.80	0.27
1983	22	-2	0.92	4.40	-0.08	3.40	0.24

1984	29	7	1.32	5.80	0.32	4.80	0.22
1985	42	13	1.45	8.40	0.45	7.80	0.29
1986	48	6	1.14	9.60	0.14	8.60	0.42
1987	56	8	1.17	11.20	0.17	10.20	0.48
1988	64	8	1.14	12.80	0.14	11.80	0.56
1989	68	4	1.06	13.60	0.06	12.60	0.64
1990	68	0	1	13.60	0	12.60	0.68
1991	70	2	1.03	14.00	0.03	13.00	0.68
1992	65	-5	0.93	13.00	-0.07	12.00	0.70
1993	58	-7	0.89	11.60	-0.11	10.60	0.65
1994	55	-3	0.95	11.00	-0.05	10.00	0.58
1995	60	5	1.09	12.00	0.09	11.00	0.55
1996	63	3	1.05	12.60	0.05	11.60	0.60
1997	67	4	1.06	13.40	0.06	12.40	0.63
1998	75	8	1.12	15.00	0.12	14.00	0.67
1999	95	20	1.27	19.00	0.27	18.00	0.75
Итого	1154	95	-	-	-	-	-

Для случая нашего примера получаем значение $AIC = (95-0) = 95$. Абсолютные уровни L_k этого ряда, исключая годы 1982, 1983, 1990 и 1992 - 1994, непрерывно растут до 1999 г.; данный факт отражает и поведение величин AIC_k абсолютного прироста.

Кроме того, следует сказать несколько слов о выборе *базисного уровня* для нашего конкретного временного ряда. Прежде всего, публикации ТТГ восходят к 1970 г.; однако, регистрация их цитирования была начата только в 1971. При этом, из-за совершенно понятных причин в начале регистрации были получены нулевые значения для отечественного цитирования (*неполнота охвата рассмотренных материалов, естественная задержка времени с момента начала публикации до первых ссылок на нее и, прежде всего, недостаток в тот момент серьезного интереса к данной проблематике со стороны ведущих советских исследователей*). В свете вышесказанного, в качестве *первого* уровня временного ряда для отечественного цитирования был выбран 1972 г., а в качестве *базисного* уровня - 1973, тогда как в случае *зарубежного* цитирования желательно выбрать 1970 и 1971 в качестве *первого* и *базисного* уровней соответственно (табл. 9; графа 5).

Коэффициент роста (GC) – отношение *текущего* уровня к *предыдущему* или к некоторому *базисному*; он определяет *темп роста*. Величина показателя GC может быть безразмерной или выражаться в процентах; при этом, сам уровень ряда, с которым производится сравнение, принимается за 100%. Темп роста характеризуется коэффициентами: *ценными* ($GC_k = L_k / L_{k-1}$), *базисными* ($GC_{bk} = L_k / L_b$) и *абсолютными* ($GC = L_n / L_1$). Величина GC *коэффициента роста* показывает для $GC > 1$, $GC < 1$ или $GC = 1$ соответственно *увеличение*, *уменьшение* или *неизменность темпа роста* текущего уровня относительно *сравниваемого*. Если коэффициенты *роста* выражаются в процентах, то они называются *темпами роста*. Для примера из табл. 17 получаем значение $GC = (95/5) = 19$; значения для GC_k и GC_{bk} (*в долях*) приводятся в графах 3 и 4 (*базисным* принят уровень 1973 г.).

Темпы прироста (GR) временного ряда вычисляются по следующим простым формулам: $GR_k = AIC_k / L_{k-1} = (L_k / L_{k-1}) - 1 = GC_k - 1$ and $GR_{bk} = AIC_k / L_b = (L_k / L_b) - 1 = GR_{bk} - 1$ ($k = 1 .. n$). Они показывают на сколько увеличился или уменьшился *текущий* уровень относительно *предыдущего* или *базисного* уровней. Темпы прироста могут быть как безразмерными коэффициентами, так и выражаться в процентах. Так как *абсолютный прирост* за весь период ряда равен $AIC = L_n - L_1$, то за этот же период *темп прироста* составит уже величину $GR =$

$AIC / L_1 = GC - 1$. Для случая примера табл. 17 получаем $GR = 19 - 1 = 18$; величины коэффициентов GR_k и GRb_k приведены соответственно в графах 6 и 7 табл. 17.

Наконец, *абсолютное значение 1% прироста* ($A1\%$) показывает, какая абсолютная величина скрывается за относительным показателем – одним процентом прироста. Данный показатель вычисляется по следующим простым формулам: $A1\% = AIC / (GR * 100) = 0.01 * L_b$ и $A1\%_k = AIC_k / (GR_k * 100) = 0.01 * L_{k-1}$. Он представляет собой отношение абсолютного прироста к темпу прироста, выраженному в процентах (%). Простое преобразование показывает, что величина $A1\%$ есть не что иное, как сотая часть *базисного уровня* L_b , в качестве которого может быть либо *предыдущий* уровень (L_{k-1}) ряда, либо некоторый *фиксированный* (например, L_1). В случае нашего примера (табл. 17) оба показателя GC (графа 4) и $A1\%$ (графа 8) имеют весьма существенно различные тенденции динамики, тсключая последнюю пятилетку (1995 – 1999), где их тенденции, практически, идентичны. Рис. 22 хорошо иллюстрирует данный факт.

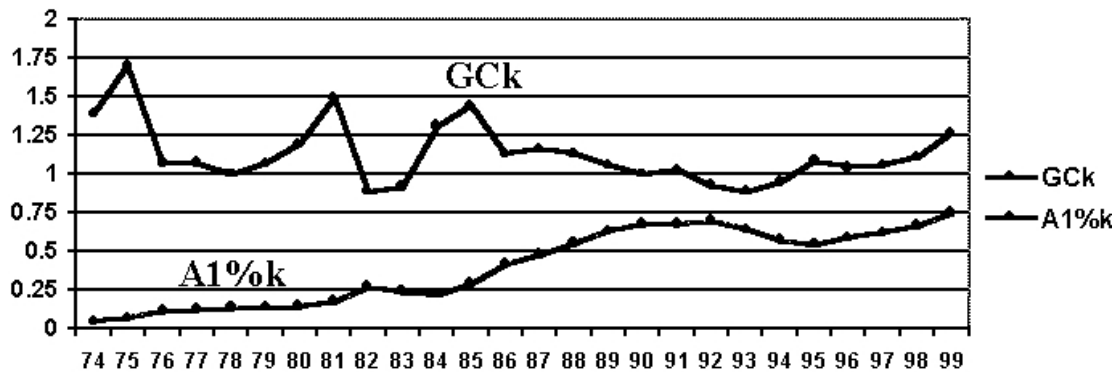


Рис. 22. Динамика показателей GC и $A1\%$ для временного ряда из табл. 17

Между показателями динамики, вычисленными с *постоянной* (L_b) и *переменной* (L_{k-1}) базой, существует простая связь, установление которой (*часть данной работы уже проделана выше*) в формульном виде предоставляется читателю в качестве полезного упражнения. В случае сопоставления динамики развития двух явлений можно использовать *коэффициент опережения*, вычисляемый по следующей простой формуле:

$$LC_k = \frac{L_k^1 * L_1^2}{L_k^2 * L_1^1}$$

где L_k^1 и L_k^2 – соответственно k -й уровень *первого* и *второго* временного ряда. Показатель LC_k представляет собой отношение темпов роста за одинаковые отрезки времени по двум рядам. С помощью данного показателя могут сравниваться временные ряды *одинакового* содержания, но относящиеся к разным объектам, или ряды *разного* содержания, но относящиеся к одному и тому же объекту. В качестве полезного упражнения читателю рекомендуется вычислить коэффициенты опережения для двух рядов, описывающих динамику цитируемости работ ТТГ по МТОС и ее приложениям в СССР и за рубежом (табл. 9; графы 4 и 5 соответственно), и дать им содержательную интерпретацию, которая сможет пролить свет на природу взаимосвязи между обоими временными рядами.

8.3. Средние показатели временного ряда

Для получения *обобщающей* характеристики динамики исследуемого явления определяются различного рода *средние* показатели. Мы рассмотрим только *две* категории таких показателей: *средние уровни* и *средние изменения уровней* временного ряда. Для *интервального* временного ряда

абсолютных показателей *средний уровень* (\bar{L}_{int}) за весь период временного ряда определяется по формуле простой средней арифметической, а именно:

$$\bar{L}_{int} = \frac{\sum_{k=1}^n L_k}{n} \quad (65)$$

где L_k - уровни ряда и n - их количество ($k = 1 \dots n$). В случае примера табл. 17 (графы 1 и 2) получаем значение *среднего уровня* $\bar{L}_{int} = 1154/28 = 41.21$.

Средний уровень (\bar{L}_{ins}) *моментного* временного ряда определяется несколько иначе. Пусть $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ - *моментный* ряд с равными временными промежутками между датами. Мысленно заменяем его *интервальным* [$(n-1)$ интервалами] рядом в предположении, что уровень между смежными датами (*на интервале*) изменяется равномерно и непрерывно. Тогда значение уровня на интервале воображаемого ряда можно определить как $L_k = (L_k + L_{k+1})/2$ при условии ($k = 1 \dots n-1$), тогда как *его средний уровень* вычисляется по формуле:

$$\bar{L}_{ins} = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} L_k}{n-1} + \frac{L_n - L_1}{2*(n-1)} \quad (66)$$

т.е. *средний уровень* *моментного* ряда равен сумме средней арифметической первых его ($n-1$) уровней и полуразности его крайних уровней, деленной на число дат без одной. Вычисление среднего уровня моментного ряда, определяемого табл. 13, дает результат $\bar{L}_{ins} = (2 + 5 + 11 + 22 + 36)/5 + (53-2)/(2*5) = 20.3$, а не значение 21.5, если бы величина \bar{L}_{ins} вычислялась по формуле простой средней арифметической.

Если имеются два ряда - *интервальный* и *моментный* с одним и тем же множеством m уровней [$\#(M) = n$], то их *средние значения уровней* связаны следующим линейным соотношением:

$$\bar{L}_{int} = \frac{n-1}{n} * \bar{L}_{ins} + \frac{L_1 + L_n}{2*n} \quad (67)$$

которое нетрудно получить на основе формул (65, 66). Из формулы (67) путем несложных геометрических соображений можно получить следующие практически полезные оценки:

- (1) $\bar{L}_{int} > \bar{L}_{ins}$ if $\bar{L}_{int} < (L_1 + L_n)/2$
- (2) $\bar{L}_{int} < \bar{L}_{ins}$ if $\bar{L}_{int} > (L_1 + L_n)/2$
- (3) $\bar{L}_{int} = \bar{L}_{ins}$ if $\bar{L}_{int} = (L_1 + L_n)/2$

Во всех приведенных расчетах средних уровней предполагалось, что временные ряды были *полными*. При *неполных уровнях* используется взвешивание сумм каждой смежной пары уровней по продолжительности периода времени между ними, а именно:

$$\bar{L}_{ins} = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} (L_k + L_{k+1}) * T_k}{2 * \sum_{k=1}^{n-1} T_k}$$

где T_k - время между моментами уровней L_k и L_{k+1} *моментного* ряда. В знаменателе берется удвоенная сумма периодов, ибо каждое слагаемое числителя суммируется дважды.

Средний абсолютный прирост (AAG; средняя скорость роста) временного ряда вычисляется по следующей простой формуле:

$$AAG = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} AIC_k}{n-1} = \frac{L_n - L_1}{n-1} \quad (68)$$

Данная формула – результат прямого применения метода средних к показателю *абсолютного прироста* AIC. Для примера табл. 17 получаем значение $AAG = (95 - 5)/(28 - 1) = 3.21$.

Средний коэффициент роста (ACG) вычисляется как средняя геометрическая (раздел 6.2) по следующей простой формуле:

$$ACG = \sqrt[n-1]{\prod_{k=1}^{n-1} GC_k} = \sqrt[n-1]{L_n/L_1} \quad (69)$$

Данная формула – результат применения метода средних к показателю *коэффициента роста* AIC. Для примера табл. 17 получаем значение $ACG = \sqrt[27]{95/5} = 1.12$. Для вычисления корней высоких степеней используем прием логарифмирования с последующим потенцированием результата, а именно: $a = \sqrt[n]{b} \Rightarrow \ln(a) = b/n = c \Rightarrow a = \exp(c)$. Однако, использование компьютеров сделало данную процедуру архаичной (*obsolete*).

Средний темп роста (AGR) представляет собой величину $AGR = ACG * 100\%$, выражаемую в процентах. Однако, для практического применения показатель AGR, рассчитанный по данным о *конечном* и *начальном* уровнях ряда, можно использовать только в случае более или менее равномерного изменения уровней. В противном же случае использование средней геометрической может приводить к серьезным просчетам. **Среднегодовой темп прироста (AARG)** определяется на основе данных о *среднегодовых темпах роста*. Он вычисляется по формуле $AARG = AGR - 100\%$ и показывает, на сколько процентов в среднем изменялись уровни временного ряда. По данным примера табл. 17 (графы 1 и 2) мы получаем величину $AARG = (1.12 - 1) * 100\% = 12\%$. Полученная величина характеризует достаточно высокий среднегодовой темп прироста цитируемости в СССР научных публикаций ТТГ.

Рассмотренные показатели динамики имеют весьма широкое применение в статистических практике и исследованиях, их применение составляет основное содержание первых двух этапов анализа временных рядов. Показатели позволяют выявлять скорость и интенсивность развития явления, описываемого временным рядом. Дальнейший анализ ряда связан с более сложными обобщениями – определением основных компонент ряда: а именно: *трендовой*, *циклической*, *сезонной*, *разовой* и других. Данные вопросы рассматриваются в конце главы.

8.4. Выявление основной тенденции (тренда) временного ряда

Временной (динамический) ряд подвержен влиянию факторов *эволюционного* и *осцилляционного* характеров, а также различным *разовым воздействиям*. Под *эволюционным фактором* понимается *тренд* динамики, представляющий долго проявляющуюся основную тенденцию временного ряда. *Осцилляционный* фактор определяет сезонные, конъюнктурные и иные колебания ряда. *Разовый* фактор определяет спорадические воздействия на динамику, вызываемые, например, резким изменением среды развития явления. Таким образом, первоначальные значения временного ряда подвергаются самым разнообразным воздействиям и с учетом сказанного можно выделять четыре основные составляющие временного ряда: *трендовую (Т)*, *циклическую* или *конъюнктурную (С)*, *сезонную (S)* и *разовую (О)*. В общем же случае временные ряды характеризуются отмеченными четырьмя составляющими, а именно:

- *тренд (Т)*, который представляет неперриодическое изменение в среднем на временном интервале, на котором определен временной ряд
- один или более *сезонных факторов (S)*, которые являются действиями, повторяющимися в единицах дней, недель, месяцев или лет
- *другие циклические факторы (С)*, влияющие на анализируемое явление
- *случайный фактор (О)*, являющийся результатом суммарного эффекта факторов, не идентифицированных в определении модели временного ряда.

Тренд, сезонные и циклические факторы – детерминированные составляющие модели ряда, в то время как *случайная* составляющая называется стохастической из-за непредсказуемости ее значений. Попытка распознать на глаз индивидуальные составляющие может быть довольно трудна. Между тем, существуют очень *широко* распространенные статистические методы для определения возможной структуры временного ряда, определенного изучаемым явлением.

Разложение временного ряда на составляющие позволяет представлять его в виде функции $M = \Psi(T, C, S, O)$ от 4 переменных – основных факторов, влияющих на изучаемое явление. Принципиальная *M*-модель определяет способ, при котором сочетаются *детерминированные* компоненты (*T, C* и *S*) и *стохастическая* составляющая (*O*). Как правило, из-за сложности оценки влияния *случайного* фактора на *динамику* исследуемого явления, классические модели *временных (динамических)* рядов *не принимают его во внимание*. Однако, в *последние* годы в этом направлении наметился определенный прогресс, в значительной степени обусловленный *робастными* методами анализа временных рядов. В настоящее время, робастные методы составляют достаточно важный раздел современной математической статистики, с которой заинтересованный читатель может ознакомиться в превосходной книге [219], в свою очередь, содержащей обширную библиографию по данной проблематике. Рассматриваемые ниже модели временных рядов не принимают во внимание случайный фактор; т.е. наши модели описываются посредством некоторой функции $M = \Psi(T, C, S)$ от трех переменных. Имеется *два* традиционно используемых варианта для представления *зависимости факторов*, а именно:

1) $M = T + C + S$ - *аддитивная зависимость факторов (модель)*

2) $M = T * C * S$ - *мультипликативная зависимость факторов (модель)*

В зависимости от вида Ψ -функции можно говорить об *аддитивной* или *мультипликативной* *M*-модели временного ряда. В любом случае *M*-модель описывает разложение динамики изучаемого явления на его основные составляющие. *Аддитивная M*-модель определяется главным образом тем фактом, что его колеблющийся фактор имеет постоянный характер. В то время как для *мультипликативной M*-модели характер ее колеблющегося фактора остается постоянным только относительно *тренда* ряда. Существует много условий и предпосылок, определяющих выбор модели временного ряда. Создание хороших моделей существенно базируется на знании сути явления, описываемого временным рядом, а также на опыте по сглаживанию данных временными рядами. Тогда как общие комментарии предлагаются нами ниже, которые могут послужить полезным руководством и/или хорошим справочным материалом, чтобы избежать грубых ошибок при работе с временными рядами.

Различие между *аддитивными* и *мультипликативными* моделями весьма детально рассмотрено, например, в книгах [132, 285]. Общие соображения, лежащие в основе выбора того или иного типа *M*-модели, вообще говоря, сводятся к следующему. Потребность в *мультипликативной* модели ряда возникает тогда, когда величина *случайной изменчивости* растет с увеличением средней реакции. Как правило, это имеет место тогда, когда имеется значительная сезонная составляющая, которая завершается пиковой сезонной реакцией, *превышающей минимальные*

уровни ряда в десять или более раз. Более того, мультипликативная модель может быть также востребована при условии, что ряд имеет увеличивающийся *тренд* и проявляется *сезонная* и/или *циклическая* составляющая, увеличиваясь с увеличением значения тренда.

Тренд – долговременная составляющая ряда, *основная тенденция* развития явления; при этом, все остальные составляющие рассматриваются как мешающие процедуре его определения. И коль скоро у нас имеется ряд наблюдаемых значений для различных моментов времени, то наша задача состоит в нахождении подходящей *трендовой* кривой, сглаживающей остальные колебания. Рассмотрим ряд методов нахождения трендовой кривой. Наиболее простым здесь является визуальный метод сглаживания, заключающийся в проведении через точки *уровней* временного ряда ломаной линии, отражающей основной характер тренда. Данный метод в любом случае имеет место при анализе ряда, позволяя сделать предварительные наброски для более точного сглаживания. В его реализации большую помощь может оказать *компьютерный анализ*, например, в среде пакета *Maple* или подобного ему программного средства.

В качестве наиболее простого можно предложить визуальный метод сглаживания, состоящий в проведении через точки (*уровни*) ряда ломаной линии, отражающей основной характер его тренда. При его реализации неоценимая помощь может быть предоставлена компьютерным анализом, например, в среде вышеупомянутого пакета *Maple* или подобного программного средства. Так, рис. 17 дает пример графического представления временного ряда с помощью пакета “*Diagram Microsoft Graph 97*” для *Windows*-платформы. Визуальный анализ *графического* представления ряда позволяет получать важную предварительную информацию (*основная тенденция, колебательный эффект, сезонность и т.д.*) о *временной динамике* изучаемого явления, отражаемого данным временным рядом.

При рассмотрении уровней за относительно короткие промежутки времени в силу влияния различного рода факторов наблюдается колебание, порой значительное, их значений, что затрудняет выявление тренда ряда. Поэтому само собой напрашивается *метод укрупнения интервалов*, состоящий в объединении нескольких смежных интервалов в один, например, вместо ежегодных берутся данные за пятилетия. При этом, часто применяется не общая величина уровня укрупненного интервала, а среднегодовой показатель, что еще лучше (*в силу специфики средних величин, см. разделы 6.1, 6.4*) акцентирует общую тенденцию, сглаживая различного рода колебания динамики. Для иллюстрации материала данного раздела снова используем пример табл. 17 (графы 1 и 2), сведя все необходимые расчетные вычисления в следующую разработочную табл. 18.

Таблица 18. Разработочная таблица для временного ряда, определенного табл. 17

Год	L_k	\bar{L}'_k	\bar{L}''_k	\bar{L}'''_k	\tilde{L}_k	MA3	MA5	MA7	MA9
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1973	5					-	-	-	-
1974	7					8.0	-	-	-
1975	12					10.7	10.2	-	-
1976	13	11.4				13.0	12.0	11.4	-
1977	14					13.7	13.6	13.3	13.9
1978	14		17.7	17.7	18.62	14.3	14.8	16.1	16.0
1979	15					15.7	17.6	17.9	17.7
1980	18					20.0	19.6	19.1	19.6
1981	27					23.0	21.2	21.3	22.8
1982	24	24.0				24.3	24.0	25.3	26.6
1983	22					25.0	28.8	30.0	31.2

1984	29					31.0	33.0	35.4	36.7
1985	42					39.7	39.4	40.7	42.2
1986	48					48.7	47.8	47.0	46.8
1987	56	55.6				56.0	55.6	53.6	51.9
1988	64					62.7	60.8	59.4	56.7
1989	68		59.4			66.7	65.2	62.7	59.9
1990	68					68.7	67.0	64.1	61.3
1991	70					67.7	65.8	64.0	62.7
1992	65	63.2		65.7	65.14	64.3	63.2	63.4	63.4
1993	58					59.3	61.6	62.7	63.8
1994	55					57.7	60.2	62.6	64.6
1995	60					59.3	60.6	63.3	67.6
1996	63					63.3	64.0	67.6	-
1997	67	72.0	72.0			68.3	72.0	-	-
1998	75					79.0	-	-	-
1999	95					-	-	-	-

На первом этапе группируем интервалы (графа 1) исходного ряда по количеству лет: "7-5-5-5" и вычисляем для каждой группы *среднегодовую* (\bar{L}'_k ; графа 3) на основе данных графы 2. Так как число лет не кратно пяти, то первую группу составили из 7 лет, динамика в пределах которой характеризуется *неубывающим* ростом значений уровней. При вычислении средней, она относится к *середине* укрупненного интервала. При выведении средних по укрупненным интервалам *отклонения* в уровнях ряда, обусловленные *случайными причинами*, нивелируются и более четко проявляется действие *основных* факторов изменения уровней – *общая тенденция* (*тренд*). Данные \bar{L}'_k *средних* для укрупненных интервалов (табл. 18, графа 3) позволяют уже более четко представить тренд ряда, чем его линейная диаграмма (рис. 20). Находя теперь средние величины средних (\bar{L}''_k), получаем дальнейшее усреднение уровней ряда (\bar{L}''_k). Наконец, вычисляя средние предыдущих средних (\bar{L}'''_k), мы получаем *новые* средние уровней ряда (\bar{L}'''_k) и только два значения, позволяющие провести через них прямую линию $V(X)$ – ориентировочный тренд ряда (*Trend_1*). Таким образом, графы 3, 4 и 5 табл. 18 представляют значения средних \bar{L}'_k , \bar{L}''_k и \bar{L}'''_k соответственно. Грубым способом укрупнения интервалов является деление ряда пополам и вычисление по обоим половинам средней (\tilde{L}_k) (графа 6; табл. 18). Построенная по полученным двум точкам прямая *Trend_2* довольно близка к ранее построенной прямой линии $V(X) = \text{Trend}_1$ (рис. 23).

Описанные методы *выравнивания* временных рядов достаточно неточны и несколько лучшие результаты, в общем случае, дает *метод скользящей средней*, суть которого заключается в следующем. Для ряда формируем *скользящие укрупненные интервалы*, содержащие одинаковое число уровней. Каждый последующий интервал получаем, постепенно сдвигаясь от начала ряда на один уровень. По таким образом организованным интервалам определяем *средне интервальные*, относящиеся к их серединам. Поэтому, при *сглаживании* методом *скользящей средней* технически удобнее скользящий интервал составлять из *нечетного* количества уровней исходного ряда. Проиллюстрируем принцип расчета *скользящих средних* на примере табл. 18.

В качестве укрупненного скользящего интервала выбираем трехлетний период и вычисляем *скользящую среднюю* (МАЗ), которая относится ко второму году интервала. Последовательно выбирают временные интервалы: 1973-75, 1974-1975, 1975-1977 и т.д. до исчерпания ряда (по

этому принципу скольжения и получил название сам метод выравнивания рядов). Величины **МАЗ** представлены в графе 7 (табл. 18). В графах 8, 9 и 10 табл. 18 приведены значения *скользящей средней* соответственно для 5- и 7- и 9-летних периодов *исходного* временного ряда. Исходный и *сглаженный* с помощью *скользящей средней* (табл. 18) ряд представлены на рис. 25, который получен в среде известного пакета "Diagram Microsoft Graph 97".

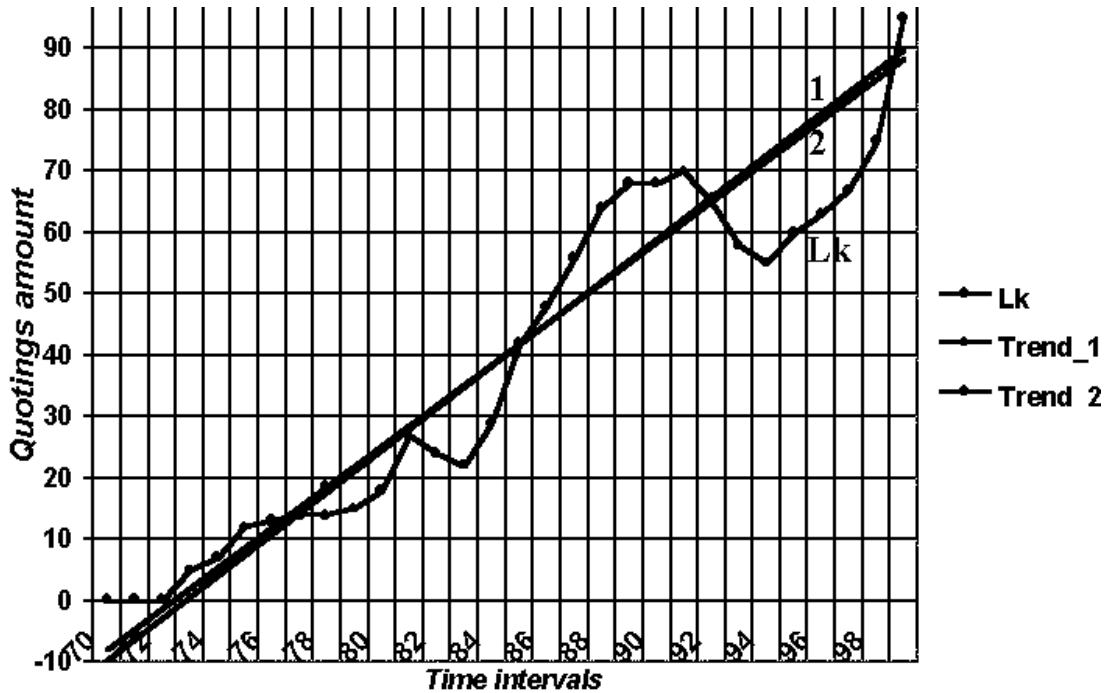


Рис. 23. Приблизительное определение тренда ряда методом укрупнения интервалов

Для автоматизации *вычисления скользящих средних* в среде *Maple* была реализована процедура **МММ(L, n)** с двумя формальными аргументами, где **L** – файл данных или список значений уровней исследуемого временного ряда и **n** – длина укрупненного скользящего интервала. Вызов процедуры возвращает список всех допустимых скользящих средних для отрезка скольжения длины **n** для заданного списка или текстового файла данных **L** статистических данных. При этом, если был закодирован третий дополнительный аргумент **p**, то результат возвращается с **p** значащими цифрами. Следующий фрагмент иллюстрирует применение процедуры для вычисления скользящих средних уровней ряда, определенного **Lk**-списком значений его уровней (рис. 24). В качестве **Lk**-списка выбирается список значений уровней ряда, определенного табл. 18 (графа 2), и как процедура **МММ** используется для вычисления *скользящих средних* относительно укрупненного скользящего интервала длины 9. Полученные результаты соответствуют данным графы 10 табл. 18.

```

МММ:= proc(L::{list, file}, n::posint)
local a, b, k, p;
  `if (type(L, list), assign(b = L), assign(b = evalf(convert(readdata(L, 1), list)));
  assign(a = [ ], [seq(assign('a' = [op(a), sum(b[p], p = k .. k + n - 1) / n]), k = 1 .. nops(b) - n + 1),
  `if (nargs = 3 and type(args[3], posint) and 2 ≤ args[3], evalf(op(a), args[3]), op(a))]
end proc
> Lk:=[5,7,12,13,14,14,15,18,27,24,22,29,42,48,56,64,68,68,70,65,58,55,60,63,67,75,95]: МММ(Lk, 9, 4);
[13.9, 16.0, 17.7, 19.6, 22.8, 26.6, 31.2, 36.7, 42.2, 46.8, 51.9, 56.7, 59.9, 61.3, 62.7, 63.4, 63.8, 64.6, 67.6]

```

Рис. 24. Простая *Maple*-процедура для вычисления скользящих средних

Данная процедура может быть полезна при решении статистических задач в среде *Maple*. Необходимо отметить, что эта и другие статистические *Maple*-процедуры, представленные в книге рассматриваются достаточно подробно в нашей недавней книге [302, 303].

Графическое представление *исходного* и *сглаженного* временного ряда (посредством скользящих средних МА3, МА5, МА7 и МА9; табл. 18, графы 1, 2 и 7 - 10) может быть найдено на рис. 25. Представление было получено посредством пакета "*Diagram Microsoft Graph 97*".

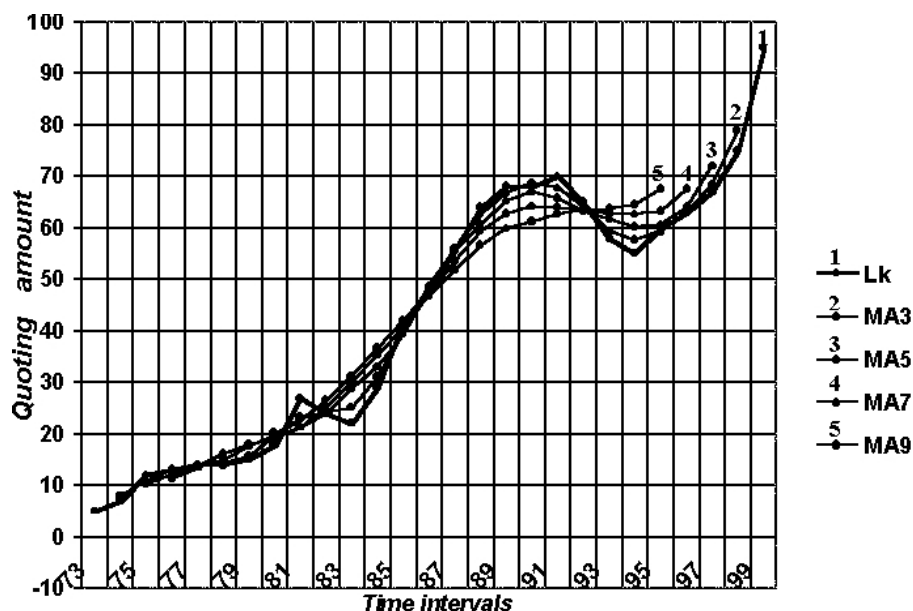


Рис. 25. Графическое представление исходного и сглаженного временных рядов

В данных, полученных методом *скользящих средних*, устраняется часть *колебаний* уровней ряда и их величины становятся более плавными относительно фактических уровней. Но данный метод имеет и свои недостатки, а именно: (1) невозможность получения уровней на концах сглаживаемого ряда (за каждое сглаживание ряд уменьшается с обоих концов на величину $(d - 1)/2$, где d — длина скользящего интервала; d — четное); (2) большая произвольность выбора интервала сглаживания, что может негативно влиять на выявление тренда; (3) наконец, в случае сильно осциллирующего характера динамики метод не дает сколько-нибудь хорошей картины за первую итерацию, что требует проведения ряда итераций.

Необходимо отметить, что вышеупомянутые методы *сглаживания* на сегодня имеют, главным образом, познавательный характер, так как массовое использование ПК решает подобные проблемы намного более эффективно. Однако, знание данных методов позволяет глубже проникать в сущность данной проблемы, тем более, что, например, метод *скользящей средней* реализован и программно ("*Diagram Microsoft Graph 97*" и др. [36, 42]).

Рассмотренные методы *выравнивания (сглаживания)* временного ряда дают ряд, отражающий некий *тренд* развития явления, более или менее свободный от случайных и осцилляционных колебаний. Для теоретической модели тренда ряда, лишенной указанных выше недостатков, используется *аналитическое* выравнивание. В этом случае уровни ряда выражаются в виде аналитической функции от времени. *Аналитический* метод выравнивания является хорошей предпосылкой для применения других приемов углубленного изучения динамики явлений различного характера и природы.

При аналитическом выравнивании динамики ряда закономерно изменяющиеся его уровни представляются функционально в виде $Y(t)=F(t)$, где $Y(t)$ — уровни ряда как *функция времени*.

Тип же **F**-функции определяется характером динамики и для заключения о нем может быть в первом приближении использована линейная диаграмма временного ряда. В качестве **F**-функции выравнивания (сглаживания) может быть: *прямая линия (рост уровней ряда происходит в арифметической прогрессии), показательная кривая (когда динамика меняется в геометрической прогрессии), параболическая кривая, логарифмическая* и другие.

Основанием для выбора **F**-функции выравнивания должен служить содержательный анализ сущности *динамики* исследуемого явления. Во всяком случае за ним остается последнее слово. Из практических соображений для этих целей можно эффективно использовать *графическое* представление *экспериментального* ряда, что весьма удобно делать в рамках описанной выше компьютерной технологии. Примеры ее использования дают и рис. 17, 18, 19, 20, 22, 23, 25. Компьютерный метод может включать визуализацию как линейной диаграммы ряда, так и результаты его сглаживания методами укрупненных интервалов, скользящих средних и др. Это позволяет в определенной мере нивелировать случайные и осцилляционные колебания временного ряда, затушевывающие его тренд.

При выборе типа кривой выравнивания ряда пользуются, как правило, методом *конечных разностей*, который основан на их свойствах относительно того или иного типа кривой. При этом, обязательным условием является равенство временных интервалов между уровнями временного. *Конечными разностями* от первого до **(n-1)**-го порядка называются величины **D(k)_j**, определяемые следующими простыми рекуррентными формулами:

$$D(1)_j = L_{j+1} - L_j \dots D(k)_j = D(k-1)_{j+1} - D(k-1)_j \quad \{k = 1..n-1; j = 1..n-1\}$$

На основе данных формул легко выражать разности **D(k)_j** **k**-го порядка [*в количестве (n - k)*] через разности первого порядка (**L_{j+1} - L_j**) и коэффициенты формального бинома **(1-1)^k**. Из свойств конечных разностей относительно того или иного вида кривой, в частности, следует, что если **F**-функция выравнивания временного ряда имеет вид:

- 1) **F(t) = A*t + B**, то *первые разности постоянны, тогда как вторые равны нулю*
- 2) **F(t) = A*t² + B*t + C**, то *вторые разности постоянны, тогда как третьи равны нулю.*

Для вычисления конечных разностей любого порядка уровней временного ряда мы можем использовать простую процедуру **FD(L)**, которая на основе **L**-списка значений уровней ряда возвращает последовательность списков разностей всех возможных порядков для **L**-ряда, включая список уровней в качестве первого элемента. Исходный текст процедуры наряду с примером ее применения для ряда, определенного табл. 18, представлен на рис. 26.

```
> Lk:= [5, 7, 12, 13, 14, 14, 15, 18, 27, 24, 22, 29, 42, 48, 56, 64, 68, 68, 70, 65, 58, 55, 60, 63, 67, 75, 95];
FD := proc(L::list)
local k, p, FDI, A, K;
    FDI :=
        K → [assign('A' = [ ]), seq(assign('A' = [op(A), K[p + 1] - K[p]]), p = 1 .. nops(K) - 1), op(A)];
    L, FDI(L), seq(FDI(A), k = 2 .. nops(L) - 1)
end proc
> FD(Lk);
[5, 7, 12, 13, 14, 14, 15, 18, 27, 24, 22, 29, 42, 48, 56, 64, 68, 68, 70, 65, 58, 55, 60, 63, 67, 75, 95], [2, 5, 1, 1, 0, 1, 3, 9, -3, -2, 7, 13, 6, 8, 8, 4, 0, 2, -5, -7, -3, 5, 3, 4, 8, 20], [3, -4, 0, -1, 1, 2, 6, -12, 1, 9, 6, -7, 2, 0, -4, -4, 2, -7, -2, 4, 8, -2, 1, 4, 12], [-7, 4, -1, 2, 1, 4, -18, 13, 8, -3, -13, 9, -2, -4, 0, 6, -9, 5, 6, 4, -10, 3, 3, 8], [11, -5, 3, -1, 3, -22, 31, -5, -11, -10, 22, -11, -2, 4, 6, -15, 14, 1, -2, -14, 13, 0, 5], [-16, 8, -4, 4, -25, 53, -36, -6, 1, 32, -33, 9, 6, 2, -21, 29, -13, -3, -12, 27, -13, 5], [24, -12, 8, -29, 78, -89, 30, 7, 31, -65, 42, -3, -4, -23, 50, -42,
```

<p>10, -9, 39, -40, 18], [-36, 20, -37, 107, -167, 119, -23, 24, -96, 107, -45, -1, -19, 73, -92, 52, -19, 48, -79, 58], [56, -57, 144, -274, 286, -142, 47, -120, 203, -152, 44, -18, 92, -165, 144, -71, 67, -127, 137], [-113, 201, -418, 560, -428, 189, -167, 323, -355, 196, -62, 110, -257, 309, -215, 138, -194, 264], [314, -619, 978, -988, 617, -356, 490, -678, 551, -258, 172, -367, 566, -524, 353, -332, 458], [-933, 1597, -1966, 1605, -973, 846, -1168, 1229, -809, 430, -539, 933, -1090, 877, -685, 790], [2530, -3563, 3571, -2578, 1819, -2014, 2397, -2038, 1239, -969, 1472, -2023, 1967, -1562, 1475], [-6093, 7134, -6149, 4397, -3833, 4411, -4435, 3277, -2208, 2441, -3495, 3990, -3529, 3037], [13227, -13283, 10546, -8230, 8244, -8846, 7712, -5485, 4649, -5936, 7485, -7519, 6566], [-26510, 23829, -18776, 16474, -17090, 16558, -13197, 10134, -10585, 13421, -15004, 14085], [50339, -42605, 35250, -33564, 33648, -29755, 23331, -20719, 24006, -28425, 29089], [-92944, 77855, -68814, 67212, -63403, 53086, -44050, 44725, -52431, 57514], [170799, -146669, 136026, -130615, 116489, -97136, 88775, -97156, 109945], [-317468, 282695, -266641, 247104, -213625, 185911, -185931, 207101], [600163, -549336, 513745, -460729, 399536, -371842, 393032], [-1149499, 1063081, -974474, 860265, -771378, 764874], [2212580, -2037555, 1834739, -1631643, 1536252], [-4250135, 3872294, -3466382, 3167895], [8122429, -7338676, 6634277], [-15461105, 13972953], [29434058]</p>
--

Рис. 26. Вычисление конечных разностей для уровней ряда, определенного табл. 18

Используя описанный подход к выявлению типа F-функции выравнивания для примера табл. 18, обнаруживаем нарастание (по абсолютной величине) значений конечных разностей с чередованием знака через одну разность, начиная с конечных разностей 8-го порядка (рис. 26). Величина единственной разности 26-го порядка составляет 29.434.058. Следовательно, следуя теории, ни линейная, ни параболическая F-функции в качестве тренда для нашего ряда (табл. 18) не подходят.

Объясняется это влиянием на динамику явления – цитируемость работ ТТГ в СССР – довольно сильных факторов, серьезно усложняющих выявление его эволюционного (трендового) фактора (рис. 23, 25). Поэтому принимается решение выявить для данного ряда линейный тренд $F(t) = A \cdot t + B$, чтобы относительно его более рельефно отразить другие факторы, влияющие на динамику. Для определения коэффициентов **A** и **B** F-функции используется хорошо известный метод наименьших квадратов (МНК; прежде всего, в форме линейной модели регрессии), согласно которому F-прямая выбирается так, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений фактических уровней ряда от их значений, вычисленных согласно F-функции в дискретные моменты времени $t = \{k\}$ ($k = 1 \dots n$), а именно:

$$\sum_{k=1}^n (L_k - F(k))^2 = \sum_{k=1}^n (L_k - A \cdot k - B)^2 = \text{minimum} \quad (70)$$

Используя классические средства анализа [111, 166, 220] для определения минимакса функции от нескольких переменных $\{A, B\}$ и решая относительно них полученную систему из 2-х линейных уравнений, отражающих необходимое и достаточное условие минимума, получаем:

$$A = \frac{6 \cdot \sum_{k=1}^n (2 \cdot k - n - 1) \cdot L_k}{n^3 - n} \quad B = \frac{2 \cdot \sum_{k=1}^n (2 \cdot n - 3 \cdot k + 1) \cdot L_k}{n \cdot (n - 1)} \quad (71)$$

В качестве полезного упражнения читателю рекомендуется вывести соотношения (71).

Следует отметить, что МНК дает оценки с наименьшей возможной дисперсией (эффективные оценки), если ошибки наблюдения и независимы, и подчиняются нормальному закону распределения. В этом смысле МНК является наилучшим среди всех остальных методов, позволяющих получать несмещенные оценки. Однако, если распределение случайных ошибок существенно отличается от нормального, то МНК может и не быть оптимальным. Сделанное замечание следует иметь в виду при любом применении данного метода.

Для дальнейшей иллюстрации анализа временного ряда рассмотрим примеры трех рядов **U**, **A** и **G** цитируемости работ ТГГ по МТОС и ее приложениям соответственно в СССР, за рубежом и итоговой цитируемости. Так как цитируемость, естественно, отстает по времени от публикаций, то в качестве *базисного* нами взят 1971 г. – начало цитируемости за рубежом и все три временных ряда получили единую точку отсчета на временной шкале. Используя теперь соотношения (71) и значения для уровней L_k ($k = 1..29$) рядов **U**, **A** и **G** (табл. 9; графы 4, 5 и 7 соответственно), в среде пакета *Maple* определяем их линейные тренды и изображаем их графически совместно с линейными диаграммами этих рядов (рис. 27).

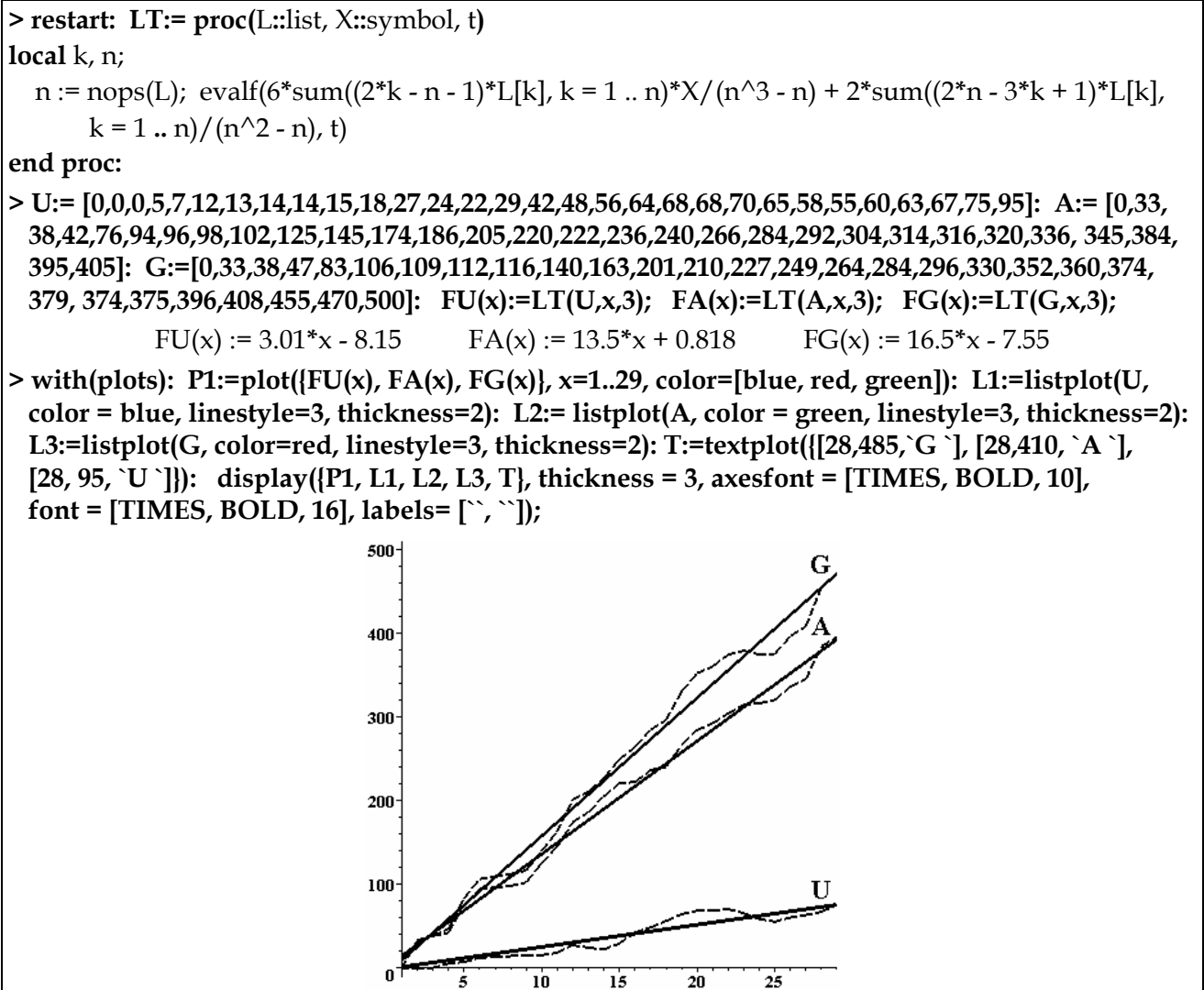


Рис. 27. Вычисление линейных трендов рядов (табл. 9) с их графическим представлением

Для вычисления *линейных трендов* вышеупомянутых временных рядов **U**, **A** и **G** в среде *Maple* реализована процедура **LT(L, X)** от двух формальных аргументов; ее первый аргумент **L** определяет значения уровней временного ряда, тогда как второй аргумент **X** – независимая переменная. Вызов процедуры возвращает уравнение для искомого линейного тренда $F(X) = A \cdot X + B$. Приведенный *Maple*-фрагмент (рис. 27) представляет и исходный текст процедуры, и результаты его применения для вычисления линейных трендов временных рядов **U**, **A** и **G**. В конце фрагмента приводятся графические представления самих временных рядов наряду с линейными трендами, соответствующими им.

Из полученных результатов *линейного выравнивания* рядов (*хорошо согласующихся с визуальным наблюдением*, рис. 27) можно сделать ряд интересных выводов. Прежде всего, коэффициенты {3.01 для $F_U(X)$ и 13.5 для $F_A(X)$ } при X -переменной F -функции *выравнивания* (рис. 27) говорят о существенном превышении абсолютного прироста (так как в случае временного интервала ряда, равного 1, величина коэффициента совпадает по значению с показателем абсолютного прироста) цитируемости работ ТТГ за рубежом (A) относительно СССР (U). Во-вторых, цитируемость за рубежом идет с опережением как начала самого процесса в целом (не взирая на то, что первые наши работы публиковались в трудах АН Эстонии), так и его колеблемости относительно линейного тренда (рис. 27).

Для сглаживания рядов посредством МНК используются самые различные типы F -функций (*линейные, параболы, гиперболы, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические и др.*). Для предварительной оценки типа искомой F -функции сглаживания эффективно использование описанной выше компьютерной технологии. На основе такого подхода в среде вышеупомянутых пакетов *MathCAD* [14, 15, 17], *Mathematica* [134, 135] и *Maple* [139-141, 143, 190] было выполнено *сглаживание* временного U -ряда на основе логарифмической F -функции $F(X) = \ln(X)/\ln(B)$ с определением ее B -параметра на основе МНК, а именно:

$$B = \exp\left(\frac{\sum_{k=1}^n \ln^2(k)}{\sum_{k=1}^n \ln(k) \cdot L_k}\right)$$

Однако результат сглаживания оказался существенно хуже случая линейной F -функции. Не намного улучшило ситуацию и использование сглаживающей *степенной* F -функции. Однако, основной целью аналитического сглаживания ряда является не столько воспроизведение как можно точнее фактических данных, сколько определение модели развития исследуемого явления *во времени*. В этом плане вполне уместно ограничиться в наших примерах *линейными* трендами для U -, A - и G -рядов (рис. 27).

Интерполяция временного ряда состоит в вычислении недостающих внутренних уровней ряда и производится она распространением тенденции развития за известные временные интервалы на промежутки времени с отсутствующими данными. *Интерполяция* существенно упрощается при известном тренде ряда. В общем же случае интерполяция производится методами, хорошо известными из анализа [111, 188, 166, 220], включая графические методы на основе кривых выравнивания ряда. *Экстраполяция* состоит в вычислении уровней ряда вне наблюдаемого временного промежутка, но с использованием информации о нем на этом *промежутке*. Осуществляется она методами, подобными случаю *интерполяции*, и существенно облегчается при известном тренде ряда. Между тем, *экстраполяцию*, несмотря на кажущуюся очевидность, не следует рассматривать как завершающую стадию прогнозирования, а лишь как *предварительный* этап в разработке прогноза развития явления *во времени*. Для составления долговременного прогноза следует привлекать дополнительную информацию, отражающую динамику изучаемого явления и не содержащуюся в его ряде. Различают *перспективную* (*продолжение уровней ряда на будущее*) и *ретроспективную* (*продолжение уровней ряда в прошлое*) экстраполяции. Результаты интерполяции и экстраполяции временного ряда используются в регрессионном анализе и прогнозировании социально-экономических явлений различного характера [274, 276, 285].

Аналитическая F -функция тренда представляет собой математическую модель динамики явления и дает формульное выражение статистической закономерности, проявляющейся в ряде. Однако, следует иметь в виду, что метод аналитического выравнивания ряда содержит ряд условностей, связанных, в первую очередь, с тем, что уровни ряда рассматриваются как

F(t)-функция времени. Тогда как развитие явления обусловлено влиянием на него факторов, их направленности и интенсивности, а развитие явления во времени выступает как внешнее проявление этих факторов. Выявить *тренд* явления на основе **МНК** можно лишь тогда, когда выяснено, что изменяющиеся во времени процессы протекают на всем рассматриваемом временном промежутке одинаково, их *количественное* и *качественное* изменение происходит под влиянием одного и того же комплекса основных факторов.

Вместе с тем, в целом ряде случаев установить *справедливость* данного условия бывает весьма затруднительно. Примером могут служить рассматриваемые три ряда **U, A, G**, характеризующие цитируемость публикаций **ТТГ** по **МТОС**, которая определяется действием ряда сложно учитываемых факторов. *Многофакторные динамические модели* учитывают наиболее общие закономерности временной динамики явлений в изучаемый период времени и влияния на нее комплекса основных факторов. Вместе с тем, определение самого комплекса основных факторов в целом ряде случаев бывает весьма затруднительным.

8.5. Анализ случайной компоненты временного ряда

Тренд определяет динамику временного ряда под влиянием основных факторов, однако фактические данные отклоняются от него в ту или иную сторону, образуя колеблющийся остаток **E(t)**. Этот остаток называют *случайной компонентой* ояда и с его учетом уровень ряда представляется в виде *суммы систематической (ведущей) и случайной компонент*, а именно: $Y(t) = F(t) + E(t)$, где **F(t)** – тренд ряда. Анализ компоненты **E(t)** начинается с изучения ее колеблемости, определяемой колебанием фактических данных относительно *тренда*. Мерой колеблемости здесь выступает следующая величина:

$$L_t^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (L_k - F(k))^2}{n} \quad (72)$$

аналогичная дисперсии вариационного ряда (44), но в отличие от нее разности вычисляются не относительно средней, а относительно соответствующих значений *сглаживающей F-кривой (тренда)*. Следует отметить, что именно минимизация этой величины лежит в основе **МНК**. Поскольку дисперсия выражается в квадратах единиц измерения уровней ряда, то мерой колеблемости служит показатель **Lt** – *среднее квадратическое отклонение*. В качестве примера вычислим показатели **Lt** для **A**- и **G**-рядов (рис. 28).

```
> A:= [0,33,38,42,76,94,96,98,102,125,145,174,186,205,220,222,236,240,266,284,292,304,314,316,320,
336, 345,384,395,405]: G:= [0,33,38,47,83,106,109,112,116,140,163,201,210,227,249,264,284,296,330,
352,360,374,379, 374,375,396,408,455,470,500]: FA:= x -> 13.5*x + 0.818: FG:= x -> 16.5*x - 7.55:
```

```
> Lt:= (L, F, t) -> evalf(sqrt(sum((L[k] - F(k))^2, k=1 .. nops(L))/nops(L)), t);
```

$$Lt := (L, F, t) \rightarrow \text{evalf} \left(\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{nops(L)} (L_k - F(k))^2}{nops(L)}}, t \right)$$

```
> Lt(A, FA, 6), Lt(G, FG, 6);
```

10.8727, 15.5972

```
> Vt:= (L, F, t) -> evalf(Lt(L, F, t)/(sum(L[k], k=1 .. nops(L))/nops(L)), t);
```

$$Vt := (L, F, t) \rightarrow \text{evalf} \left(\frac{Lt(L, F, t) \cdot nops(L)}{\sum_{k=1}^{nops(L)} L_k}, t \right)$$

```

> Vt(A, FA, 4), Vt(A, FA, 3)*100, Vt(G, FG, 3), Vt(G, FG, 3)*100;
                                0.05181, 5.1900, 0.0627, 6.2700
> H2:= (L, F, t) -> evalf(sum((L[k] - F(k))^2/F(k), k=1 .. nops(L)), t);
                                H2 := (L, F, t) -> evalf(
                                \left( \sum_{k=1}^{nops(L)} \frac{(L_k - F(k))^2}{F(k)}, t \right)
> I2:= (L, F, a, t) -> abs(evalf((H2(L, F, t) - nops(L))/sqrt(2*nops(L) + 4*a), t));
                                I2 := (L, F, a, t) -> \left| \text{evalf}\left(\frac{H2(L, F, t) - nops(L)}{\sqrt{2 nops(L) + 4 a}}, t\right) \right|
> Digits:=5: I2(A, FA, 0, 3), I2(G, FG, 0, 3);
                                0.685, 1.39
> R2:= (L, t) -> evalf(sum((L[k+1] - L[k])^2, k=1 .. nops(L) - 1)/(nops(L) - 1), t);
                                R2 := (L, t) -> evalf(
                                \left( \frac{\sum_{k=1}^{nops(L) - 1} (L_{k+1} - L_k)^2}{nops(L) - 1}, t \right)
> R2(A, 5), R2(G, 5), sigma[At] = sqrt(R2(A, 5)/2), sigma[Gt] = sqrt(R2(G, 5)/2);
                                301.97, 451.59, \sigma_{At} = 12.287, \sigma_{Gt} = 15.027

```

Рис. 28. Вычисление *средне квадратичных отклонений, коэффициентов вариации и некоторых других показателей для временных рядов А и G* (табл. 9; *графы 5 и 7 соответственно*)

Тренды для этих рядов были определены линейными FA- и FG-функциями соответственно (рис. 27). Для вычисления Lt-показателя для обоих рядов создан соответствующий документ в среде Maple (рис. 28), в котором определена простая процедура Lt наряду с некоторыми другими весьма полезными процедурами. В частности, вызов процедуры Lt(L,F,t) возвращает значение средне квадратичного отклонения для заданного ряда L, имеющего тренд F, с заданной t-точностью. Выполненное данного документа дает для временных рядов А и G следующие результаты: Lt(A, FA, 6) = 10.8727 и Lt(G, FG, 6) = 15.5972 соответственно.

Относительной мерой колеблемости является своеобразный *коэффициент (Vt) вариации*, вычисляемый по формуле $Vt=Lt/\bar{L}$, где \bar{L} – средняя арифметическая уровней ряда. Для вычисления Vt-показателя для обоих рядов служит простая процедура Vt, чей вызов Vt(L, F, t) возвращает значение коэффициента вариации для заданного ряда L, имеющего тренд F, с заданной t-точностью. Выполнение Maple-документа (рис. 28) дает для временных рядов А и G следующие результаты $Vt(A, FA, 5) = 0.0518$ (или в процентах 5.2%) и $Vt(G, FG, 3) = 0.0627$ (или в процентах 6.3%) соответственно. С уменьшением значения Vt-показателя, функция тренда F(t) более точно отражает динамику ряда, поэтому данный показатель вполне может служить критерием адекватности выбора кривой тренда фактической динамике явления. В случае нашего примера выбор *линейного* типа тренда можно на первых порах считать вполне обоснованным.

Удостоверившись, в определенной мере, в приемлемости выбранного тренда ряда, следует проанализировать *степень случайности E(t)-колебаний ряда относительно его тренда*. В случае случайного характера колебаний величина E(t) должна иметь распределение, очень близкое к *нормальному*. Для проверки этой гипотезы воспользуется *критерием согласия* типа χ -квадрат

(см. раздел 2.5). С этой целью вычисляем следующую величину H_2 χ -квadrата:

$$H_2 = \sum_{k=1}^n \frac{(L_k - F(k))^2}{F(k)}$$

и используем критерий Ястремского, суть которого состоит в следующем. Вычисляется величина $I_2 = (H_2 - n) / \sqrt{2 * n + 4 * a}$, где n – число групп (элементов) в эмпирическом распределении, а $a = a(t)$ – величина, зависящая от числа групп, и при $n < 30$ величина $a \leq 0.6$. Полагая теперь величину $a = 0$, мы заранее завышаем значение для I_2 -показателя, что повышает степень достоверности выводов. Если $|I_2| \leq 3$, то эмпирическое распределение с вероятностью $P = 0.997$ подчинено теоретическому F -распределению, в противном случае нет. Следовательно, при $|I_2| \leq 3$ величина $E(t)$ имеет нормальное распределение, т.е. носит случайный характер, иначе $E(t)$ -отклонение вызвано отличными от случайных факторами. Выполненные в среде Maple-документа (рис. 28) на основе процедур H_2 и I_2 (сущность их формальных аргументов достаточно очевидны в контексте процедур L_t и V_t) вычисления, для временных рядов A и G дают следующие значения для I_2 -показателя соответственно: $|IA_2| = I_2(A, FA, 0, 3) = 0.685 < 3$ и $|IG_2| = I_2(G, FG, 0, 3) = 1.39 < 3$, говоря о случайном характере $E(t)$ -изменчивости для рассматриваемых временных рядов.

Так как характер поведения величины $E(t)$ имеет существенное значение для определения правильного выбора тренда временного ряда, то его анализ с целью получения некоторого предварительного заключения является дополнительным средством. С этой целью можно применять показатель колеблемости Ястремского, вычисляемый по следующей формуле:

$$R_2 = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} (L_{k+1} - L_k)^2}{n-1}$$

где L_k – уровни ряда ($k=1..n$). Показано, что между дисперсией σ_t^2 уровней и показателем R_2 существует соотношение: $\sigma_t^2 = R_2/2$, i.e. $\sigma_t = \pm \sqrt{R_2/2}$. Следовательно, до определения тренда мы получаем информацию по общей колеблемости уровней временного ряда. Вычисления, которые были выполнены в вышеупомянутом Maple-документе (рис. 28) на основе простой процедуры $R_2(L, t)$ {сущность ее формальных аргументов в контексте вышеупомянутых процедур L_t, V_t, H_2, I_2 достаточно прозрачна} для временных рядов A и G дают следующие значения показателя изменчивости $\sigma_{At} = 12.287$ и $\sigma_{Gt} = 15.027$ соответственно.

Располагая значением σ_t до определения тренда, мы имеем возможность оценивать величину колеблемости компоненты $E(t)$. Если она превосходит его общую колеблемость, то тренд ряда вычислен недостаточно точно и следует изменить тип сглаживающей кривой. Но это только общая рекомендация и решение следует принимать с учетом специфики изучаемого явления и его динамики. Так, для примера временных рядов A и G (рис. 28) данная рекомендация не совсем выполняется, а именно: $L_t(A, FA, 6) < \sigma_{At}$ и $L_t(G, FG, 6) > \sigma_{Gt}$ (относительно слегка). Однако в виду динамики обоих рядов (рис. 20,23,27) именно линейные тренды для них являются наиболее характерными, а колеблемость $E(t)$, нося довольно случайный характер, вместе с тем, значительным образом объясняется и конъюнктурным фактором – периодическими подъемами и спадами активности в области исследований по МТОС и ее многочисленным приложениям, что подтверждают и наши прежние логически-качественные анализы данной проблематики [4, 12, 23, 27, 191, 192, 274, 276, 285].

Таким образом, уровни временного ряда представляют собой сумму двух составляющих: тренда $F(t)$ и случайного отклонения $E(t)$. Первое слагаемое выражает наиболее характерные

черты явления, определяемого рядом, второе – случайные отклонения, вызванные действием множества различных по качеству, направленности и активности факторов (*разовые, сезонные, конъюнктурные* и др.).

8.6. Исследование периодических колебаний временного ряда

Целый ряд процессов носит *периодический* во времени характер. Прежде всего, это относится к различного рода сезонным явлениям, имеющим место во многих сферах человеческой деятельности. Типичным примером являются такие как: сельско-хозяйственные зработы, величина потребления элетроэнергии в течение суток и др. Под сезонностью понимают также неравномерность производственной деятельности в отраслях, связанных с сельским хозяйством. Сезонные колебания уровней ряда могут возникать в торговле из-за сезонного характера спроса на отдельные виды товаров, загрузке транспорта и др. Во многих случаях сезонность является весьма отрицательным фактором, например, из-за неравномерности использования оборудования и т.д. Статистическое исследование сезонности включает следующие основные задачи:

- (1) *оценка количественного проявления сезонных колебаний, выявление их характера и интенсивности*
- (2) *определение факторов, вызывающих сезонные колебания*
- (3) *оценка последствий наличия сезонности.*

Для измерения сезонных колебаний имеется ряд методов, из которых наиболее простыми и употребительными являются такие методы: *абсолютных и относительных разностей, индексов сезонности, средних квадратических отклонений, аналитических моделей*. Мы кратко остановимся на *аналитической модели*, базирующейся на *гармонических рядах* Фурье [111,166, 220]. Данная модель позволяет описывать различного рода периодические процессы и ее аналитическое выражение применительно к временному ряду имеет следующий вид:

$$F(T) = A_0 + \sum_{k=1}^m (A_k * \cos(k * T) + B_k * \sin(k * T)) \quad (73)$$

где **k** – номер гармоники ряда Фурье (*величина k чаще всего принимает значения от 1 до 4*), а параметры **A₀**, **A_k** и **B_k** определяются на основе МНК, т.е. путем минимизации **Z**-функции:

$$Z = \sum_{k=1}^n (L_k - F(T_k))^2; \quad A_0 = \frac{\sum_{k=1}^n L_k}{n} \quad A_k = \frac{2 * \sum_{k=1}^n L_k * \cos(k * T_k)}{n} \quad B_k = \frac{2 * \sum_{k=1}^n L_k * \sin(k * T_k)}{n}$$

Для изучения, например, сезонных колебаний на протяжении года следует полагать **n = 12** по числу месяцев в году, а в качестве временной шкалы ряда выбираются точки **T_k = (k-1)*π**; в этом случае ряд представляет собой упорядоченный набор пар вида **<L_k, T_k>** (**k = 1 .. n**) типа *<уровень, период года>*. Сопоставляя фактические и аналитические данные, можно как численно, так и визуально посредством компьютерной технологии оценивать степень адекватности отражения выбранной моделью эмпирических уровней исследуемого ряда.

Размах сезонных колебаний месячных данных принято измерять *индексом сезонности* – отношением средней из фактических месячных уровней ряда к средней из вычисленных по выбранной F-модели данных по тем же месяцам, а именно: **Isears = L_k/F(T_k)** (**k = 1 .. n**). Таким образом, величина **Isears** различна для каждого месяца и зависит от метода выравнивания (*скользящая средняя, аналитический метод* и др.). Показателем *силы сезонности* (**SF**) служит

среднее квадратическое отклонение индексов сезонности (выраженное в %) от 100%, а именно

величина вида: $SF = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{12} (I_{sears,k} - 100)^2}{12}}$. При уменьшении величины SF можно говорить

об уменьшении сезонности исследуемого явления, и наоборот. Изучение глубины сезонных колебаний можно проводить и путем определения отношений отклонения фактических уровней ряда от выровненных к модельным отклонениям, принимаемым за базисные.

Наряду с сезонными, ряды подвержены колебательному фактору конъюнктурного характера, имеющему самое широкое толкование: колеблемость научной активности в той или иной области, моды, вкусов и др. В качестве примера рассмотрим колеблемость цитируемости работ ТТГ, в определенной мере характеризующей изменения активности научных исследований по МТОС и ее приложениям в целом. Естественно, данный подход к оценке активности не лишен ряда недостатков (сложность получения полной информации по цитируемости, разброс качества и проблематики самих цитируемых работ, их доступность и др.). Между тем, в виду международного признания научной деятельности ТТГ [23, 191, 192] на основе анализа цитируемости ее работ можно, пожалуй, в определенной мере выявить основные тенденции колебательного процесса научной активности по МТОС и ее приложениям в целом. Анализ проводим методом компьютерной технологии в среде математического пакета Maple (рис. 29).

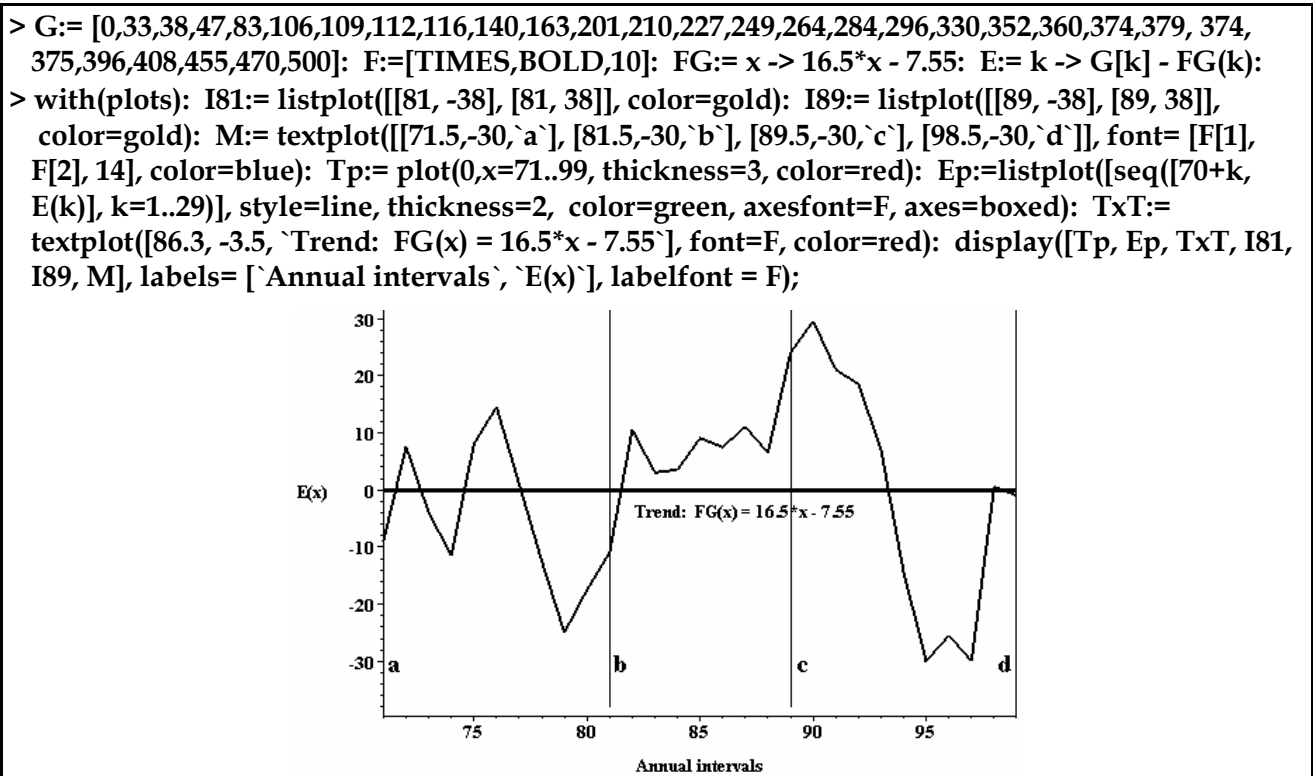


Рис. 29. Колебательная составляющая временного ряда, определенного табл. 9 (графа 7)

В качестве исследуемого выбирается G-ряд (табл. 9, графа 7), характеризующий динамику цитируемости работ ТТГ по МТОС в целом. Относительно полученного его тренда FG(X) (рис. 27) определяется следующая функция отклонений: $E(X) = G(X) - FG(X)$, колебательное поведение которой и анализируется. С учетом размаха колебаний E(X) выбираются масштабы осей координат и изображаются на одном графике тренд G-ряда (прямая красного цвета - $E(x) = 0$) и линейная диаграмма E(X)-функции отклонений (ломаная зеленого цвета; рис. 29). Из визуального анализа четко выделяются три основных периода колебания цитируемости работ

ТТГ, а именно: <ab> (1971-1981) – *синусоподобный*, <bc> (1982-1989) – *бессистемный* и <cd> (1988 - 1994) – *U-подобный*. При этом, определение периодов связано только с самим характером поведения на них $E(X)$ -функции отклонений от трендовой линии.

Период <ab> характерен *периодическим* ростом и спадом активности исследований по МТОС, что нашло свое отражение в различных обзорах тех и последующих лет [1,4,23,127,191,192]. В качестве достаточно полезного упражнения читателю рекомендуется выровнять этот период гармоническим рядом Фурье (73). Период <bc>, в первую очередь, характеризуется ростом активности по прикладным аспектам МТОС, особенно в вычислительных, физических и биологических науках. Это подтверждает и *колеблемость* цитируемости выше уровня *тренда* ряда. Однако такой ее спорадический характер говорит и о многочисленных поисках новых областей приложения МТОС – нового перспективного раздела современной математической кибернетики [1, 4, 5, 25-28, 138, 190-192, 222]. Наконец, период <cd> характеризует новый этап резкого подъема активности по МТОС и ее уже достаточно многочисленным приложениям, интереса к данной проблематике со стороны многих теоретических и прикладных областей знаний, хотя его первая половина и говорит, на первый взгляд, об обратном. Но это связано, прежде всего, с тем, что постсоветские реалии последних лет не позволили нам проводить (*как прежде*) основательное статистическое наблюдение активности ТТГ, что сказалось и на использованных здесь данных за 1992-1994 годы деятельности группы.

Таким образом, анализ в значительной мере случайной функции $E(X)$ колеблемости рядов, отражающих цитируемость научных работ, относительно своего *тренда* позволяет (*с учетом специфики и сути изучаемого процесса*) получать весьма интересную *информацию*, в частности, для генетической методологии науковедения – дисциплины, изучающей *функционирование и развитие науки, структуру и динамику научного знания и научной активности, взаимодействие науки с другими сферами деятельности человека*. Оформление *науковедения* в качестве *вполне самостоятельной комплексной дисциплины* можно отнести к 60-м годам прошлого столетия.

Как уже неоднократно отмечалось, модели *линейной регрессии* и *линейного тренда*, наряду с методом наименьших квадратов для их оценки получили самое большое распространение в статистическом анализе. Кроме того, классические оценки и процедуры проверки гипотез на случай линейных моделей также основаны на *методе наименьших квадратов*. Между тем, несмотря на математическую элегантность и непринужденность вычислений этого метода, он катастрофически страдает от недостатка *ошибкоустойчивости*, т. е. возможности учета резко выступающих наблюдений. Действительно, только одно резко выступающее значение может принести к непредсказуемым последствиям для оценки некоторого исследуемого явления. Поэтому, в книге [219] в связи с *ошибкоустойчивостью* исследован довольно *широкий* класс оценок *регрессии*, представляющих собой обобщение классического *метода наименьших квадратов*. Заинтересованный читатель может ознакомиться с этими и другими интересными проблемами *ошибкоустойчивости* в статистике в вышеупомянутой книге [219].

8.7. Сравнительный и связный анализы временных рядов

Сравнительный анализ временных рядов состоит в сопоставлении во времени двух и более процессов ими описываемых. В параллельных сравнениях вновь возникают вопросы о сопоставимости уровней, но уже двух сравниваемых между собой рядов. Так как приведение к сопоставимому виду, например, по ценам и методике расчета показателей – дело весьма непростое, то статистика использует приемы сопоставления относительных, а не *абсолютных величин* (глава 5). В этом случае данные о величине исследуемого показателя за год, принятый за *базисный*, берутся за 100%, а уровни остальных лет рядов соотносятся к нему. Примером приведения данных к одному основанию служит табл. 19, в которой сгруппированы по

трехлеткам темпы цитируемости работ ТТГ по математической теории *однородных структур* и ее приложениям в различных областях современного естествознания относительно места самого источника цитирования, в качестве которого выбраны *две* большие группы, а именно: *отечественные* и *зарубежные* источники.

Таблица 19. Трехлетние темпы цитируемости работ ТТГ по МТОС в СССР и за рубежом (1971 – 2000 г.г.; для 2000 г. рассматривается только первое полугодие)

3-летние периоды цитирования	Отечественные цитирования			Зарубежные цитирования		
	в % к 1971 - 1973	Кол-во ци- тирований	Кол-во ци- тирований	в % к 1971 - 1973	Кол-во ци- тирований	Кол-во ци- тирований
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1971 - 1973	100	5	100.0	100.0	113	100.0
1974 - 1976	640	32	640.0	235.4	266	235.4
1977 - 1979	860	43	134.4	287.6	325	122.2
1980 - 1982	1380	69	160.5	446.9	505	155.4
1983 - 1985	1860	93	134.8	572.6	647	128.1
1986 - 1988	3360	168	180.6	656.6	742	114.7
1989 - 1991	4120	206	122.6	778.8	880	118.6
1992 - 1994	3560	178	86.4	840.7	950	108.0
1995 - 1997	3800	190	106.7	942.5	1065	112.1
1998 - 2000	4100	205	107.9	995.6	1125	105.6

В *относительных величинах*, выраженных в базисных темпах роста цитируемости работ ТТГ в СССР и за рубежом, *несопоставимость* уровней рядов в значительной степени нивелируется. Так, темпы роста по сравнению с базисным периодом (1971 - 1973) цитируемости в СССР (табл. 19; графы 4 и 7) значительно выше относительно зарубежных цитирований, однако их общее количество за рубежом существенно больше (графы 3 и 6). Процент же прироста за текущее трехлетие по отношению к предыдущему имеет для обоих случаев тенденцию к сближению (графы 4 и 7). Объясняется это тем фактом, что до начала деятельности ТТГ за рубежом велись довольно интенсивные исследования по этой проблематике, тогда как в СССР ТТГ явилась *первым* научным коллективом в данном направлении, именно с ее работ в значительной мере началась активизация *отечественных исследований* в данном направлении [1, 4, 5, 12, 120, 190-192, 220, 221]. Более того, нами введена основная российская терминология по теории однородных структур (*Cellular Automata*) [313, 314]. Параллельные сравнения дают более яркую картину, если рассматривать *среднегодовые темпы прироста* и *средние абсолютные приросты* цитируемости. Читателю рекомендуется проделать это на примере табл. 9 и 19 в качестве весьма полезного упражнения.

Под *коэффициентом опережения* (LC) понимают отношения темпов прироста, отношение абсолютных приростов показателей разных явлений за сравниваемые периоды времени. Правильнее, однако, данный коэффициент понимать как отношение общих темпов роста для сравниваемых рядов за исследуемый период времени. Так, для случая примера (табл. 19; графы 3 и 6) темп роста цитируемости работ ТТГ за период 1974-1997 г.г. (*за 21 год*) составил в СССР $190/5 = 38$ раза, а за рубежом – только $1065/113 = 9.4$ раза. Коэффициент опережения цитируемости в СССР по сравнению с зарубежным за этот период составил уже величину $LC = 38/9.4 \approx 4$ раза. Однако, этот коэффициент следует *рассматривать* и *оценивать* в совокупности с другими показателями и факторами динамики сравниваемых процессов. Так, для примера табл. 19 темп роста цитируемости нагих работ за рубежом за указанный период составил 9.4 раза и это, на наш взгляд, предпочтительнее, чем 38 раз аналогичного показателя для СССР,

ибо активность исследований за рубежом по данной проблематике существенно выше как количественно, так и качественно.

При изучении развития процесса во времени часто возникает необходимость оценки степени зависимости изменений уровней двух или нескольких связанных друг с другом временных рядов различного содержания. Исследование взаимосвязи между явлениями, отражаемыми рядами, возможно только на основе логическо-качественного рассмотрения, доказывающего возможность наличия такой связи и дающего ей удовлетворительную интерпретацию. Тогда как *количественную* оценку связи между рядами можно получать средствами *корреляционного* анализа, рассмотренного в предыдущей главе книги.

Здесь мы лишь напомним понятие *коэффициента корреляции* (СС), который служит числовой характеристикой взаимосвязи совместного распределения двух случайных величин $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ и $Y = \{Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n\}$, и вычисляется по следующей общей формуле (59):

$$CC(X, Y) = \frac{M[X*Y] - M[X]*M[Y]}{\sqrt{D[X]*D[Y]}} \quad (74)$$

где $M[X]$ и $D[X]$ – соответственно *математическое ожидание* и *дисперсия* случайной X -величины. Если (X, Y) – двумерная *нормально* распределенная величина, то $|CC|$ измеряет *степень связи* X и Y ; если же закон распределения отличается от *нормального*, то показатель $|CC|$ измеряет *линейную* степень зависимости. Таким образом, величина $|CC| \leq 1$ – мера линейной степени зависимости выходов X_k и Y_k ($k = 1 \dots n$) статистических наблюдений. Если $CC > 0$ ($CC < 0$), то с *увеличением* значения одной из величин, вторая имеет величина тенденцию *увеличиваться* (*уменьшаться*); чем ближе значение показателя $|CC|$ к 1 , тем более сильная связь случайных переменных X и Y имеет место. Специальная раздел математической статистики (*робастная статистика*) достаточно подробно рассматривает проблемы устойчивости корреляционного анализа относительно резко резко выступающих значений наблюдения [219].

Формулы (59, 74) *корреляции* двух случайных величин и *интерпретация* результатов расчетов по ней достаточно просты, однако применение метода корреляции для связного анализа временных рядов имеет ряд особенностей, которые необходимо учитывать для получения достоверных оценок взаимосвязи между рядами. Прежде всего, в ряде фактором, влияющим на изменение уровней, является само *время*. Изменение *уровней* с течением времени приводит к явлению так называемой *автокорреляции* – влиянию текущего уровня на последующие. Поэтому корреляция между уровнями двух рядов правильно отражает степень взаимосвязи явлений, если в каждом из рядов отсутствует автокорреляция. Наиболее ярко *автокорреляция* (если она имеется) проявляется между близлежащими уровнями ряда, для чего вычисляется величина СС (59, 74) для двух последовательностей $L_f = \{L_2, L_3, \dots, L_n\}$ и $L_p = \{L_1, L_2, \dots, L_{n-1}\}$ уровней ряда, рассматриваемая как величина *коэффициента автокорреляции* (АСС).

Рассмотрим вычисление АСС для проверки наличия *автокорреляции* в двух временных рядах U и A цитируемости работ ТТГ соответственно в СССР и за рубежом (табл. 9; графы 4 и 5). Из логическо-качественного анализа следует, что на самом деле *уровни* этих *рядов* должны иметь вполне определенную связь, характеризуемую величиной $0 < CC \leq 1$. Все вычисления будем проводить в среде математического пакета *Maple* (рис. 30).

```
> Digits:=6: with(SimpleStat): U:= [0,0,5,7,12,13,14,14,15,18,27,24,22,29,42,48,56,64,68,68,70,65,58,
55,60,63,67,75,95]: A:= [33,38,42,76,94,96,98,102,125,145,174,186,205,220,222,236,240,266,284,292,
304,314,316,320,336,345,384,395,405]: АСС(U, 4), АСС(A, 4);
0.9780, 0.9960
```

```

> LT(U, FU, t, 4), LT(A, FA, t, 4);
      TU(x) = 3.046*x - 5.894, TA(x) = 13.37*x + 16.38
> EU:= t -> U[t] - 3.046*x + 5.894; EA:= t -> A[t] - 13.37*x - 16.38; CC(EU, EA), CC(U, A);
      EU:= t -> U[t] - 3.046*x + 5.894
      EA:= t -> A[t] - 13.37*x - 16.38
      0.377595, 0.958119
> T:= plots[textplot]([21.5, 12, `EA(t) `], [21, -15, `EU(t) `]); P1:= plots[listplot](EA, color=green,
thickness=2, linestyle=4); P2:=plots[listplot](EU, color=red, thickness=2); plots[display]([P1,
P2, T], axesfont = [TIMES, BOLD, 11], font = [TIMES, BOLD, 14]);

```

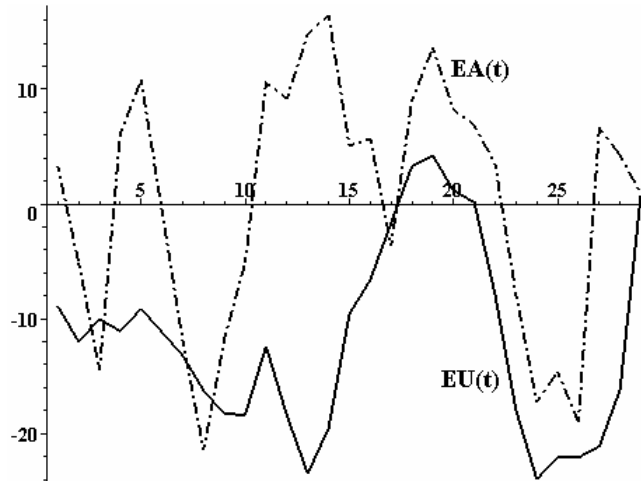


Рис. 30. Вычисление коэффициентов автокорреляции для временных рядов U и A (табл. 9; графы 4 и 5) с выводом графиков осциллирующих остатков обоих рядов

Для этого в среде *Maple* на основе формул (59, 74) реализована процедура АСС. Процедура экспортируется модулем **SimpleStat** наряду с другими средствами для проведения простого статистического анализа. Вызов процедуры АСС(L) возвращает значение АСС на основе L-списка уровней временного ряда. Посредством процедуры мы вычисляем значения АСС для вышеупомянутых рядов U и A , определенных данными табл. 9 (графы 4 и 5 соответственно). Коэффициенты автокорреляции для рядов U и A равны $АСС(U) = 0.978$ и $АСС(A) = 0.996$ соответственно (рис. 30), т.е. для обоих связанных рядов автокорреляции являются очень большими. Следовательно, заключение о степени связи между уровнями этих рядов будет существенно искажено, если для его определения мы будем использовать непосредственно коэффициент корреляции. Для устранения влияния автокорреляции поступаем следующим образом.

В разделе 8.6 говорилось о том, что уровни $L(t)$ временного ряда можно представить в виде $L(t) = F(t) + E(t)$, где $F(t)$ и $E(t)$ — соответственно *тренд* и *колебательный остаток*, носящий, в основном, случайный характер. При этом, фактору автокорреляции подвержены именно $F(t)$ -составляющие каждого ряда, тогда как величина $E(t)$ ей не подвержена. Следовательно, для получения правильной картины связи между двумя временными рядами, не искаженной автокорреляцией, необходимо из уровней каждого ряда исключить их тренды и определить корреляцию $E(t)$ -отклонений эмпирических рядов от их трендов.

Посредством процедуры LT мы получаем *линейные* тренды для рядов U и A соответственно следующего вида (рис. 30):

$$TU(t) = 3.046 \cdot x - 5.894, \quad TA(t) = 13.37 \cdot x + 16.38$$

Используем теперь их (с учетом сказанного) для получения функций $EU(t)$ и $EA(t)$ отклонений значений уровней соответственно рядов U и A от их трендов с последующим вычислением для них коэффициента корреляции (рис. 30). Результаты такого вычисления дают несколько неожиданный результат – значение $CC(EU, EA) = 0.3776$ говорит о достаточно слабой (средней степени) положительной корреляции обоих рядов, тогда как без учета автокорреляции наличие чрезвычайно тесная связь между рядами, а именно $CC(U, A) = 0.9581$ (fig. 30). Следовательно, без ее учета автокорреляция зависила бы показатель степени связи между рядами более, чем в 2.5 раза. Таким образом, на основе проведенного анализа нельзя говорить о наличии между временными рядами U и A достаточно тесной связи.

Вторая особенность применения метода корреляции к рядам состоит в возможном наличии для них *временного лага* – смещения во времени изменения одного явления относительно другого. *Временной лаг* (лаг запаздывания) – *промежуток времени*, за который изменение аргумента приводит к изменению результативного признака. Наличие запаздывания означает, что влияние переменной X на Y -переменную не проявляется немедленно, а растягивается на определенный промежуток времени. Примером такого лага может служить запаздывание по времени между научными результатами, их цитируемостью и применением. При этом, наряду с постоянными, рассматриваются лаги, распределенные во времени. Для исследования влияния такого типа лагов строятся их модели как линейные, так и нелинейные. Оценка параметров таких моделей осуществляется сведением их к ЛМР и широкому применению МНК. МНК является одним из наиболее распространенных методов обработки статистических данных, относящихся к различным функциональным зависимостям социально-экономических явлений. В том числе, он применим к ЛМР и позволяет получать достоверные оценки ее параметров, а также оценивать их погрешности. Кстати, многие прикладные компьютерные средства содержат метод наименьших квадратов.

Поэтому, при наличии *временного лага* в развитии явлений следует смещать уровни одного ряда относительно другого на *величину лага* и производить перерасчет *показателей корреляции*. Так, из логических рассматриваний развития МТОС в СССР относительно зарубежной научной активности наличие определенное запаздывание по времени, что позволяет говорить о наличии для рядов U и A лага в 4 - 5 лет, т.е. отставания на этот период активности исследований по МТОС в СССР. Сдвинув U -ряд назад относительно A -ряда на 4 года, произведем перерасчет *показателей корреляции* между ними (рис. 31), т.е. относительно *сдвинутых* рядов производятся описанные выше расчеты: определение новых трендов, коэффициентов автокорреляции, вычисление величин CC с исключением автокорреляции и без оною. Все вычисления делаем в среде математического пакета Maple (рис. 31).

```
> with(SimpleStat): Digits:= 6: A:= [33,38,42,76,94,96,98,102,125,145,174,186,205,220, 222,236,240,
266,284,292,304,314,316,320,336]: U:= [12,13,14,14,15,18,27,24,22,29,42,48,56,64, 68,68,70,65,58,55,
60,63,67,75,95]: CC(U,A), ACC(U), ACC(A);
                                0.933641, 0.969004, 0.995312
> n:= nops(A): LT(U, TU, x, 4), LT(A, TA, x, 4);
                                TU(x) = 3.105*x + 5.320, TA(x) = 13.44*x + 15.85
> FU:= x -> 3.105*x + 5.320: FA:= x -> 13.44*x + 15.85: EU:= [seq(U[t] - FU(t),t = 1 .. n)]:
EA:= [seq(A[t] - FA(t), t = 1 .. n)]: CC(EU, EA);
                                3.105*t + 5.320, 13.44*t + 15.85, 0.229630
> T:= plots[textplot]([ [23.7, 12, `EU(t) `],[22.4, -15, `EA(t)` ]]): P1:= plots[listplot](EA, thickness=2,
color = red, linestyle=4): P2:=plots[listplot](EU, color=blue, thickness = 2): plots[display]([P1,
P2, T], axesfont = [TIMES, BOLD, 11], font = [TIMES, BOLD, 14]);
```

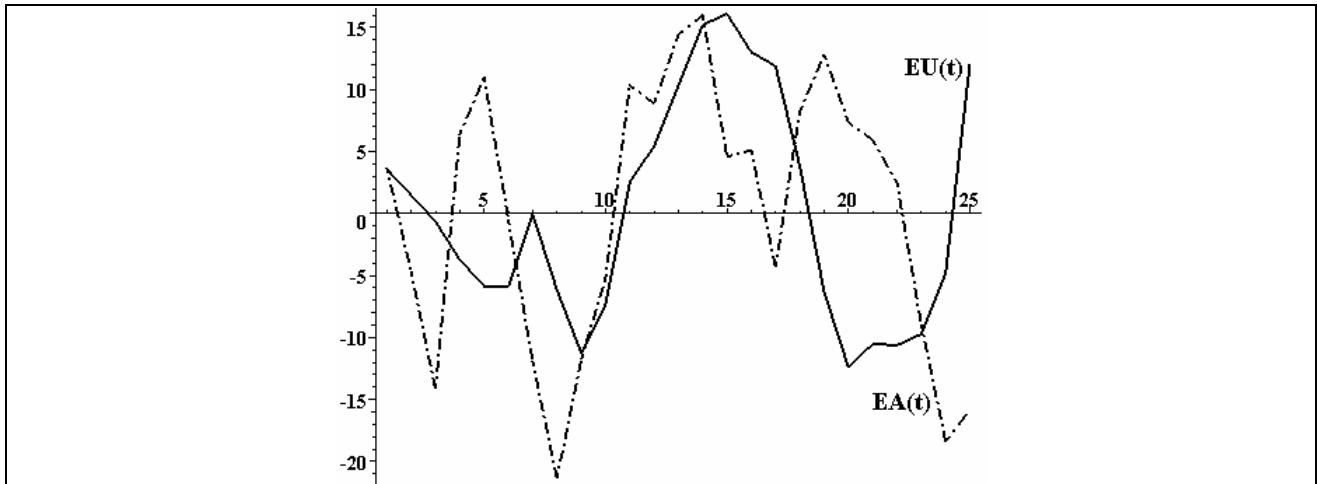


Рис. 31. Вычисление для временных рядов А и U коэффициентов корреляции, автокорреляции и линейных трендов с учетом временных лагов наряду с вычислением СС-показателя после устранения автокорреляции и с выводом графиков колебательных остатков

Результаты вычислений показывают, что для взаимно сдвинутых относительно выбранного лага (в 4 года) U-ряда коэффициенты автокорреляции для U- и A-рядов соответственно равны $ACSS(U) = 0.9690$ и $ACSS(A) = 0.9953$ (рис. 31). При этом, относительно аналогичных показателей без учета лага эти значения незначительно уменьшились для обоих рядов (рис. 30). Вместе с тем, коэффициент корреляции с исключенной из рядов автокорреляцией с учетом лага составил уже величину $CC(EU, EA) = 0.2296$, что даже несколько ниже предыдущего значения показателя $\{CC(EU, EA) = 0.3776$; рис. 30}. Тогда как коэффициент корреляции рядов с автокорреляцией теперь понизился до величины $CC = 0.9336$ (предыдущее его значение было 0.9581 ; рис. 30), что также характеризует весьма тесную связь обоих рядов в целом. Таким образом, при весьма тесной связи динамики временных рядов U и A в целом, корреляционная связь между ними относительно невелика и положительна. Это может объясняться следующим фактором. При росте общего интереса к работам ТТГ по МТОС и ее приложениям взаимовлияние процессов цитируемости их в СССР и за рубежом не столь существенно. В принципе, данный результат имеет достаточно веские реальные подтверждения и обоснования.

Наконец, третьей особенностью корреляции временных рядов является возможность *переменной корреляции* – изменения коэффициентов корреляции со временем. Следовательно показатель степени связи рядов можно представлять как серию значений СС, вычисленных подобно методу скользящей средней. Наряду с этим, в сравниваемых рядах могут чередоваться периоды различной степени связи между ними, что объясняется действием целого ряда различных по силе, направленности и времени факторов. В качестве полезного упражнения читателю рекомендуется определить в рядах U и A (табл. 9; графы 4 и 5) периоды наибольшей связи между ними, для чего можно воспользоваться предложенной компьютерной технологией в среде известного математического пакета Maple либо другого подобного средства (например, MathCAD, Mathematica, MatLab и др.).

Исследование изменения связи между рядами во времени позволяет выяснять предпосылки, приводящие к изменению взаимосвязи между явлениями, отражаемыми этими временными рядами. Сказанное о корреляции в полной мере относится и к применению регрессионного метода для сравнения рядов. В любом случае, при оценке степени связи между временными рядами важнейшую роль играет логическо-качественный анализ связи между явлениями,

отражаемыми этими рядами, ибо в противном случае корреляция (*регрессия*) может показать не действительную зависимость, а чисто случайные, сопутствующие изменения динамики сравниваемых временных рядов.

Таким образом, при использовании методов *корреляции* и *регрессии* для временных рядов мы решаем двойную задачу измерения связи: (1) *последовательных уровней одного и того же ряда* и (2) *между соответствующими уровнями двух различных рядов, каким-то образом связанных друг с другом*. В первом случае вычисляются коэффициенты *автокорреляции* и *авторегрессии*, тогда как во втором – корреляции и регрессии. В первом случае коэффициенты вычисляются по непосредственным данным временных рядов, во втором – по их *отклонениям* от теоретически вычисленных трендов, *линейных* или *нелинейных*.

Временные ряды исследуются с различными целями. В одних случаях бывает достаточно получить описание характерных особенностей ряда, а в других случаях требуется не только предсказывать будущие значения временного ряда, но и управлять его поведением. Метод анализа временного ряда определяется, с одной стороны, целями анализа ряда, а с другой стороны, вероятностной природой формирования значений его уровней. Отметим только самые распространенные методы анализа временных рядов, а именно:

Корреляционный анализ – позволяет находить существенные периодические зависимости и соответствующие им задержки (*лаги*) как внутри одного ряда (*автокорреляция*), так и между несколькими рядами (*кросскорреляция*).

Спектральный анализ – позволяет находить периодические составляющие временного ряда.

Модели авторегрессии и скользящего среднего ориентированы на описание процессов, проявляющих *однородные* колебания, возбуждаемые случайными воздействиями. Позволяют предсказывать будущие значения уровней временного ряда.

Многоканальные модели авторегрессии и скользящего среднего применяются в тех случаях, когда имеется несколько коррелированных между собой временных рядов. В них имеются колебания, возбуждаемые одной причиной. Позволяют предсказывать будущие значения уровней временного ряда.

Сезонная модель Бокса-Дженкинса применяется тогда, когда временной ряд содержит явно выраженный линейный тренд и сезонные составляющие. Позволяет предсказывать будущие значения уровней ряда. Данная модель была предложена в связи с анализом авиаперевозок.

Прогноз экспоненциально взвешенным скользящим средним является простейшей моделью прогнозирования временного ряда. Применима во многих случаях, в том числе, охватывает модель ценообразования на основе случайных блужданий.

При этом, подробное рассмотрение упомянутых и других методов не представляется нам целесообразным, ибо как показывает практика, в простых (*модельных*) случаях весьма неплохо работают базовые алгоритмы, а в реальных ситуациях необходим индивидуальный подход и их соответствующие модификации. Более того, как следствие из опыта работы с временными рядами самой разной природы вытекает тот вывод, что практически в каждом случае можно подобрать метод анализа, дающий разумные результаты в рамках конкретной задачи. Но не всегда его можно строго обосновать или дать рекомендации по *выбору* метода. Следовательно, в достаточно сложных случаях разработка подходов к анализу данных формализуется плохо.

Заинтересованный читатель с вопросами анализа временных рядов и с современным состоянием в данном направлении может более детально ознакомиться, например, в следующих книгах [45, 126, 132, 157, 160, 172, 181, 182, 188, 219, 247-250, 257, 262, 273, 274, 276, 285, 315, 352].

Литература

1. **Aladjev V.Z.** *To Theory of Homogeneous Structures.*- Tallinn: Estonian Academic Press, 1972, 235 pp. (in Russian with extended English summary)
2. **Aladjev V.Z.** *Introduction to Operating System of EC-computers.*- Tallinn, 1975, 156 pp. (in Russian)
3. **Aladjev V.Z.** *Introduction to Architecture of EC-computers.*- Tallinn: Valgus Press, 1976, 332 pp. (in Russian with extended English summary)
4. **Aladjev V.Z.** *Mathematical Theory of Homogeneous Structures and Their Applications.*- Tallinn: Valgus Press, 1980
5. **Aladjev V.Z. et al.** *Mathematical Biology of Development.*- Moscow: Nauka Press, 1982, 254 pp. (in Russian with extended English summary)
6. **Aladjev V.Z.** *The Architecture and Software of CM-computers.*- Tallinn: IVC Gossbanka USSR, 1983 (in Russian with extended English summary)
7. **Aladjev V.Z.** *Course of Lectures on Personal Computer ISKRA-226.*- Tallinn: SKB MPSM, 1986 (in Russian with extended English summary)
8. **Aladjev V.Z. et al.** *Personal Computer ISKRA-226.*- Kiev: Ukrainian Encyclopedia Press, 1988, 150 pp. (in Russian with extended English summary)
9. **Aladjev V.Z.** *Software Engineering for PC ISKRA-226.*- Kiev: Technics Press, 1989, 255 pp. (in Russian with extended English summary)
10. **Aladjev V.Z., Sirodza I.B.** *Solution of Engineering Problems in Basic-language of PC ISKRA-226.*- Harkov: Harkov Aircraft Institute, 1988, 128 pp. (in Russian with extended English summary)
11. **Aladjev V.Z., Shilenko V.F.** *Personal Computer ISKRA-1030.*- Kiev: Ukrainian Soviet Encyclopedia Press, 1990 (in Russian with extended English summary)
12. **Aladjev V.Z.** *Homogeneous Structures: Theoretical and Applied Aspects.*- Kiev: Technics Press, 1990 (in Russian with extended English summary)
13. **Aladjev V.Z., Sirodza I.B.** *Personal Computer ISKRA-1030: Toolkit and Designing of Programs.*- Moscow: Higher School Press, 1991 (in Russian with extended English summary)
14. **Aladjev V.Z.** *Scientific and Technical CAD.*- Kiev: Ukrainian Soviet Encyclopedia Press, 1991 (in Russian with extended English summary)
15. **Aladjev V.Z., Gershgor N.A.** *Computational Problems on Personal Computer.*- Kiev: Technics Press, 1991 (in Russian with extended English summary)
16. **Aladjev V.Z. et al.** *Utilities for Personal Computer.*- Kiev: Technics Press, 1991 (in Russian)
17. **Aladjev V.Z., Sirodza I.B.** *Computer Mixture.*- Tallinn: CART Press, 1992 (in Russian)
18. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Computer Reader.*- Kiev: Ukrainian Soviet Encyclopedia Press, 1993 (in Russian with extended English summary)
19. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Turbo-Pascal for All.*- Kiev: Technics Press, 1993, ISBN 5-335-01225-0 (in Russian with extended English summary)
20. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Scientific Editing and Statistics on Personal Computer.*- Moscow: Mintopenergo Press, 1993 (in Russian with extended English summary)
21. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Computer Telecommunication.*- Moscow: Mintopenergo Press, 1993 (in Russian with extended English summary)

22. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Algebraic Computations on Computer.*- Moscow: Mintopenergo Press, 1993 (in Russian with extended English summary)
23. **Aladjev V.Z., Tupalo V.G.** *Scientific and Practical Activity of the TRG during 1969-1993.*- Moscow: Mintopenergo Press, 1994 (in Russian with extended English summary)
24. *Software of EC-computers and Management Information Systems* / Ed. **V.Z. Aladjev.**- Tallinn: Valgus Press, 1978 (in Russian with extended English summary)
25. *Database Management System on the Basis of Operating System MINIOS and DBMS OKA* /Ed. **V.Z. Aladjev.**- Tallinn: Valgus Press, 1980 (in Russian with extended English summary)
26. *Parallel Systems of Information Processing and Parallel Algorithms*/Ed. **V.Z. Aladjev.**- Tallinn: Valgus Press, 1981 (in Russian with extended English summary)
27. *Parallel Systems of Information Processing*/Ed. **V.Z. Aladjev.**- Tallinn: Valgus Press, 1983
28. *Structural-Analytical Models and Algorithms of Recognition and Identification of Control Objects* /Ed. **V.Z. Aladjev.**- Kiev: Technics Press, 1993 (in Russian with extended English summary)
29. **Aladjev V.Z., Veetyusme R.A., Hunt U.J.** *General Theory of Statistics.*- Tallinn: TRG & Salcombe Eesti Ltd., 1995, ISBN 1-995-14642-8 (in Russian with extended English summary)
30. **Veetyusme R.** *Information needs in democratic market economy*, in [32]
31. *Statistical Theory and Methods // Abstracts.*- T.& A. CONSTABLE Ltd., Edinburgh, 1995
32. *Statistical Information Systems in a Market Economy*, Paris: EUROSTAT, 1993
33. **Astola J.** *A Measure of Overal Statistical Dependence Based on the Entropy Concept.* -Vaasa: University of Vaasa, 1983
34. *The SAS System.*- Cary: SAS Institute Inc., 1994, 2195 pp.
35. **Berenson M.L. et al.** *Intermediate Statistical Methods and Applications: A Computer Package Approach.*- New Jersey: Prentice-Hall, 1983
36. **Brockwell P., Davis R.** *ITSM for Windows: User Guide to Time Series Modeling and Forecasting.*- Berlin: Springer-Verlag, 1994
37. **Diday E.** *New Approaches in Classification and Data Analysis.*- Berlin: Springer, 1994
38. **Batz W.** *Das SAS Survival-Handbuch.*- Oslo: Springer, 1994
39. **Janssen J.P.** *Statistische Datenanalyse mit SPSS fur Windows.*- Berlin: Springer, 1994 (in German)
40. **Lancaster H.** *Quantitative Methods in Biological and Medical Sciences.*- Berlin: Springer, 1994
41. **Malley J.** *Statistical Applications of Jordan Algebras.*- Berlin: Springer-Verlag, 1994
42. **Polasek W.** *EDA - Explorative Datenanalyse.*- Berlin: Springer-Verlag, 1994
43. **Roe B.P.** *Probability and Statistics in Experimental Physics.*- Springer-Verlag, 1994
44. **Tanner M.A.** *Tools for Statistical Inference.*- Berlin: Springer-Verlag, 1994
45. **Venables W.N., Riley B.D.** *Modern Applied Statistics with S-Plus.*- Berlin: Springer-Verlag, 1998
46. **Weerahandi S.** *Exact Statistical Methods in Data Analysis.*- Heidelberg: Springer-Verlag, 1994.
47. **Daniel C., Wood F.S.** *Computer Analysis of Multifacto Data.*- N. Y.: John Wiley& Sons, 1980
48. **Box G.E. et al.** *Statistics for Experimenters.*- N.Y.: John Wiley& Sons, 1978
49. **Afifi A.A., Azen S.** *Statistical Analysis.*- N.Y.: Academic Press, 1979
50. **Dixon W.J. et al.** *BMDP Biomedical Computer Programs.*- Berkeley, 1981
51. **Merkov A.M.** *General Theory and Technique of Sanitary: Statistical Researches.*- Moscow: Medgiz, 1960 (in Russian with extended English summary)
52. **Beili N.** *Statistical Methods in Biology.*- Moscow: Mir Press, 1963 (in Russian)
53. **Urbah V.J.** *Biometric Methods.*- Moscow: Nauka Press, 1964 (in Russian)
54. **Bessmertny B.S.** *Mathematical Statistics in Clinical, Preventive and Experimental Medicine.*- Moscow: Medicine Press, 1967 (in Russian with extended English summary)

55. **Koroljuk V.S. et al.** *The Reference Book on Probability Theory and Mathematical Statistics.*- Moscow: Nauka Press, 1985 (in Russian with extended English summary)
56. **Krenkel T.** *Personal Computers in Engineering Practice.*- Moscow: Energy Press, 1989 (in Russian).
57. **Kozlov M.V.** *Introduction to Mathematical Statistics.*- Moscow: Moscow State University, 1987 (in Russian with extended English summary)
58. **Pugacshev V.S.** *Probability Theory and Mathematical Statistics.*- Moscow: Nauka Press, 1979 (in Russian with extended English summary)
59. **Fihtengoltz G.** *Course of Differential and Integral Calculus.*- Moscow: Fizmatgiz, 1960 (in Russian)
60. **Bikel P.** *Mathematical Statistics.*- Moscow: Finance and Statistics Press, 1983 (in Russian)
61. **Smirnov N.V., Dunin-Barkovsky I.V.** *Course of Probability Theory and Mathematical Statistics.*- Moscow: Nauka Press, 1969 (in Russian with extended English summary)
62. **Ventzel E.S.** *Applied Problems of Probability Theory.*- Moscow: Radio and Communication, 1983 (in Russian with extended English summary)
63. **Ventzel E.S.** *Probability Theory.*- Moscow: Nauka Press, 1964 (in Russian).
64. **Rjabushkin T.V.** *General Theory of Statistics.*- Moscow: Finance and Statistics Press, 1981 (in Russian with extended English summary)
65. **Bojarsky A.J. et al.** *General Theory of Statistics.*- Moscow: Moscow State University, 1977 (in Russian with extended English summary)
66. **Drucshinin N.K.** *Mathematical Statistics in Economics.*- Moscow: Statistics Press, 1971 (in Russian)
67. **Donda A. et al.** *Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1974.
68. **Doligushevsky V.L.** *Collected Problems on General Theory of Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1966 (in Russian with extended English summary)
69. **Baideldinov L.A.** *Statistics in Sociological Researches.*- Alma-Ata: Nauka Press, 1965 (in Russian)
70. **Kimbel G.** *How Correctly to Use Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1982 (in Russian)
71. **Egermaer F et al.** *Fundamentals of Statistics.*- Moscow: Gosstatizdat Press, 1961 (in Russian)
72. **Zamoskovny O.P., Hazanov J.G.** *Fundamentals of Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1974 (in Russian with extended English summary)
73. **Grankov V.P.** *Sample Observation.*- Moscow: Gosstatizdat Press, 1963 (in Russian)
74. **Erenburg A.G.** *Analysis and Interpretation of Statistical Data.*- Moscow: Finance Press, 1981 (in Russian with extended English summary)
75. **Maslov P.P.** *Statistics.*- Moscow: Mysl Press, 1964 (in Russian with extended English summary)
76. **Gerschuk J.P.** *Charts in Mathematical and Statistical Analysis.*- Moscow: Statistics Press, 1972 (in Russian with extended English summary)
77. **Broudi M.B.** *About Statistical Reasoning.*- Moscow: Statistics Press, 1968 (in Russian)
78. **Meiesaar K.I.** *Statistical Observation.*- Tartu: Tartu State University, 1985 (in Russian)
79. **Harlamov A.I.** *Absolute and Relative Values.*- Moscow: VZFEI Press, 1959 (in Russian)
80. **Jinni K.** *The Logic in Statistics.*- Moscow: Statistics, 1973 (in Russian with English summary)
81. **Daitbegov D.G.** *The Software of Statistical Data Processing.*- Moscow, 1984 (in Russian)
82. **Ljalin V.S. et al.** *Statistics.*- Moscow: Mysl Press, 1985 (in Russian with English summary)
83. **Kun J.** *Descriptive and Inductive Statistics.*- Moscow: Finance and Statistics Press, 1981 (in Russian)
84. **Ploshko B.G.** *History of Statistics.*- Moscow: Finance and Statistics Press, 1990 (in Russian)
85. **Jessen R.** *Methods of Statistical Examinations.*- Moscow: Finance and Statistics, 1985 (in Russian)
86. **Gozulov A.I.** *Collected Problems on Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1969 (in Russian)
87. **Vainberg J., Shumeker J.** *Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1979 (in Russian)

88. **Nikitina E.D.** *Collection of Definitions of the Term "Statistics".*- Moscow: Moscow State University, 1972 (in Russian with extended English summary)
89. **Gren E.** *Statistical Games and Their Application.*- Moscow: Statistics Press, 1975 (in Russian)
90. **Maslov P.P.** *Computing Technique with Digits.*- Moscow: Statistics Press, 1977 (in Russian)
91. **Gaskarov D.V., Shapovalov V.** *Small Sampling.*- Moscow: Statistics Press, 1978 (in Russian)
92. **Kildishev G.S.** *General Theory of Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1980 (in Russian)
93. **Duait G.B.** *Integral Tables and Other Mathematical Formulas.*- Moscow: Nauka Press, 1973 (in Russian with extended English summary)
94. **Korn G.** *The Reference Book on Mathematics for Researchers.*- Moscow: Nauka Press, 1973 (in Russian with extended English summary)
95. *The Brief Economical Dictionary.*- Moscow: Politizdat Press, 1987 (in Russian)
96. *The Statistical Dictionary.*- Moscow: Statistics Press, 1990 (in Russian with English summary)
97. **Char B.W. Maple V Library Reference Manual.**- Berlin: Springer-Verlag, 1993
98. **Redfern D.** *The Maple Handbook.*- Berlin: Springer, 1994
99. **Burkhardt W.** *First Steps in Matematica.*- Berlin: Springer- Verlag, 1994
100. *SAS Institute Publications.*- Cary: SAS Institute Inc., 1994
101. *SAS/STAT User`s Guide.*- Cary: SAS Institute Inc., 1990
102. *STATISTICA.*- Tulsa: StatSoft Inc., 1994
103. *The Program on Course "General Theory of Statistics".*- Minsk: Institute of Modern Knowledge, 1995 (in Russian with extended English summary)
104. **Shannon C.** *Activities on Information Theory and Cybernetics.*- Moscow: Mir Press, 1963
105. *Statistical Publications.*- Tallinn: Statistical Office of Estonia, 1995.
106. **Linnik J.V.** *Lectures on Problems of Analytical Statistics.*- Moscow: Nauka Press, 1994 (in Russian)
107. **Oschegov S.V.** *Explanatory Dictionary of Russian.*- Moscow: AZ Press, 1994 (in Russian)
108. **Dorogovcev A.Ju.** *Calculus.*- Kiev: Higher School Press, 1985 (in Russian)
109. **Lashko I.G.** *Reference Manual on Calculus.*- Kiev: Technics Press, 1986 (in Russian)
110. **Rozin B.T.** *The Theory of Pattern Recognition in Economical Researches.*- Moscow: Statistics Press, 1973 (in Russian with extended English summary)
111. **Fihtengolz G.M.** *Fundamentals of Calculus, vol. 1-2.*- Moscow: GITTL Press, 1957 (in Russian)
112. **Suslov I.P.** *Fundamentals of the Theory of Veracity of Statistics.*- Novosibirsk: Nauka Press, 1979 (in Russian with extended English summary)
113. **Martynov V.** *International Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1974 (in Russian)
114. **Savinsky D. et al.** *General Theory of Statistics.*- Moscow: Moscow University, 1960 (in Russian)
115. *The Statistical Dictionary.*- Moscow: Finance and Statistics Press, 1989 (in Russian)
116. **Suslov I.P.** *General Theory of Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1970 (in Russian)
117. **Reihman U.Z.** *Application of Statistics.*- Moscow: Statistics Press, 1969 (in Russian)
118. **Minium E.W.** *Elements of Statistical Reasoning.*- N. Y.: John Wiley & Sons, 1982
119. *The Philosophical Dictionary.*- Moscow: Politizdat, 1980
120. *Mathematical Encyclopedia, vol. 1.*- Moscow: Soviet Encyclopedia, 1977, pp. 50-53 (in Russian)
121. *Teabevihik.*- Tartu: Eesti Statistikeselts, 1994 (in Estonian)
122. **Kelley T.L.** *Fundamentals of Statistics.*- London: Harvard University Press, 1947
123. **Zelditch M.** *A Basic Course in Sociological Statistics.*- New York: Henry Holt and Company, 1959
124. **Goedicke V.** *Introduction to the Theory of Statistics.*- N.Y.: Harper & Brothers Publishers, 1953
125. **Connor L.R.** *Statistics in Theory and Practice.*- London: Pitman&Sons, 1934

126. Rouanet H. et al. *New Ways in Statistical Methodology*.- Paris, 1998
127. Aladjev V.Z., Hunt U.Ja., Shishakov M.L. *Course of General Theory of Statistics*.- Gomel: BELGUT Press, 1995 (in Russian with extended English summary)
128. Hunt U., Shishakov M. *Probability Theory and Mathematical Statistics* / Ed. acad. V.Z. Aladjev.- Gomel: Russian Academy of Cosmonautics, 1997 (in Russian with extended English summary)
129. Tooming L. *Statistika Sõnastik. Eesti-Inglise-Saksa-Vene*.- Tartu: Tartu University Press, 1996
130. Nelson B.L. *Elements of Modern Statistics: For Students of Economics and Business*.- N.-Y.: Appleton-Century, 1961
131. Haber A., Runyon R. *General Statistics*.- London: Addison-Wesley Publishing Co., 1969
132. McPherson G. *Statistics in Scientific Investigation: Its Basis, Application and Interpretation*.- Berlin: Springer-Verlag, 1990
133. Leach C. *Introduction to Statistics: A Nonparametric Approach for the Social Sciences*.- Toronto: John Wiley, 1979
134. Aladjev V.Z., Hunt U.J., Shishakov M.L. *Mathematics on Personal Computer*.- Gomel: BELGUT Press, 1996 (in Russian with extended English summary)
135. Aladjev V.Z., Shishakov M.L. *Introduction to Package Mathematica 2.2*.- Moscow: FILIN Press, 1997 (in Russian with extended English summary)
136. Aladjev V.Z., Hunt U.J., Shishakov M.L. *Fundamentals of Computer Informatics*.- Gomel: TRG & Salcombe Eesti Ltd. & Russian Academy of Noosphere, 1997 (in Russian with English summary)
137. Aladjev V.Z., Hunt U.J., Shishakov M.L. *Basics of Informatics*.- Moscow: FILIN Press, 1998 (in Russian with extended English summary)
138. Aladjev V.Z., Hunt U.Ja., Shishakov M.L. *Basics of Informatics*. 2nd edition.- Moscow: FILIN Press, 1999 (in Russian with extended English summary)
139. Aladjev V.Z., Vaganov V.A., Hunt U.J., Shishakov M.L. *Introduction to Mathematical Package Maple V*.- Gomel: Russian Academy of Noosphere, 1998 (in Russian with English summary)
140. Aladjev V.Z., Vaganov V.A., Hunt U.J., Shishakov M.L. *Programming in Mathematical Package Maple V*.- Tallinn-Gomel-Moscow: TRG, 1999 (in Russian with English summary)
141. Aladjev V.Z., Vaganov V.A., Hunt U.J., Shishakov M.L. *A Workstation for Mathematicians*.- Tallinn-Gomel-Moscow: VASCO & Salcombe Eesti Ltd., 1999 (in Russian with English summary)
142. Aladjev V.Z., Shishakov M.L., Trohova T.A. *Basics of Computer Informatics*.- Minsk: Tetrasystems Press, 2000 (in Russian with extended English summary)
143. Aladjev V.Z., Bogdevicius M.A. *Solution of Physical, Technical and Mathematical Problems with Maple V*. Vilnius: VGTU Press, 1999 (in Russian with extended English summary)
144. Aladjev V.Z., Shishakov M.L. *A Workstation for Mathematicians*.- Moscow: BINOM Press, 2000 + CD (in Russian with extended English summary)
145. *Statistics Sources* / Eds. J. O'Brien, S. Wasserman.- London: Gale Research Inc., 1991
146. Lenin V.I. *Complete Works*, 5-th edition, vol. 1-55.- Moscow: Politizdat Press, 1967 (in Russian)
147. Shurenkov V. *The Ergodic Theory of Markov Processes*.- Moscow: Nauka Press, 1989 (in Russian)
148. Ventzel A.D. *Course of Theory of Stochastic Processes*.- Moscow: Nauka Press, 1990 (in Russian)
149. Pugachev V., Sinicyn I. *Stochastic Differential Systems*.- Moscow: Nauka Press, 1990 (in Russian)
150. Polischuk L.I. *Analysis of Multiple-way Economic and Mathematical Models*.- Novosibirsk: Nauka Press, 1989 (in Russian with extended English summary)
151. *Functionals of Stochastic Processes and Statistical Conclusions*.- Tashkent: FAN Press, 1989 (in Russian with extended English summary)
152. Nummelin E. *General Irreducible Markov Chains and Non-Negative Operators*.- London: Cambridge Press, 1984

153. Aladjev V.Z. To an Asymptotical Property of Stochastic Homogeneous Structures // Proc. AN ESSR. Fiz.-Math., 20, no. 2, 1971 (in Russian with extended English summary)
154. Bogoljubov N.N. et al. *Mathematical Methods of Statistical Mechanics of Model Systems*.- Moscow: Nauka, 1989 (in Russian with extended English summary)
155. Lakin G.F. *Biometrics*.- Moscow: Higher School, 1990 (in Russian with extended English summary)
156. Kobayashi M. *Mathematica: An Introduction to Statistics and Probability*.- Tokyo: Toppan, 1994
157. Hildebrand D., Ott R. *Statistical Thinking for Managers*, 4th Ed.- London: Brooks/Cole, 1998
158. Karian Z., Tanis E. *Probability and Statistics Explorations with Maple*.- N.Y.: Prentice Hall, 1995
159. Roe B., *Probability and Statistics in Experimental Physics*.- Berlin: Springer-Verlag, 1998
160. Chase W. *General Statistics*, 4th Edition.- N.Y.: John Wiley & Sons, 1999
161. Kinney J.J., *Probability: An Introduction with Statistical Applications*.- N.Y.: John Wiley, 1996
162. Kallenberg O. *Foundations of Modern Probability*.- Oslo-Berlin: Springer-Verlag, 1997
163. Lange K. *Mathematical and Statistical Methods for Genetic Analysis*.- Oslo: Springer-Verlag, 1997
164. Prabhu N. *Stochastic Storage Processes*.- N.Y.: Springer-Verlag, 1998
165. Voelki K.E., Gerber S.B. *Using SPSS for Windows*.- N.Y.: Springer-Verlag, 1999
166. Råde L., Westergren B. *Mathematics Handbook*.- Berlin: Springer-Verlag, 1999
167. Øksendal B. *Stochastic Differential Equations*.- Oslo: Springer-Verlag, 1998, ISBN 3-540-63720-6
168. Rosanov Y. A. *Random Fields and Stochastic Partial Differential Equations*.- London: Kluwer, 1998
169. Härdle W., Klinke S., Müller M. *XploRe – Academic Edition: The Interactive Statistical Computing Environment*.- Berlin: Springer-Verlag, 2000 + CD, ISBN 3-540-14767-5
170. Kloeden P.E., Platen E.F. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*.- Heidelberg: Springer-Verlag, 1999
171. Beltrami E. *What is Random: Chance and Order in Mathematics and Life*.- N.Y.: Springer, 1999
172. Brzezniak Z., Zastawniak T. *Basic Stochastic Processes*.- London: Springer-Verlag, 1999
173. Karatzas I., Shreve S. *Methods of Mathematical Finance*.- N.Y.: Springer-Verlag, 1999
174. Serfozo R. *Introduction to Stochastic Networks*.- N.Y.: Springer-Verlag, 1999, ISBN 0-387-98773-8
175. Grimmett G. *Percolation*.- London: Springer-Verlag, 1999
176. Liggett T. *Stochastic Interacting Systems: Contact, Voter and Exclusion Processes*.- N.Y.: Springer-Verlag, 1999
177. Liptser R., Shiryaev A. *Statistics of Random Processes*, vol. 1-2.- Berlin: Springer-Verlag, 1999
178. Jacod J., Proter P. *Probability Essentials*.- Paris: Springer-Verlag, 1999, ISBN 3-540-66419-X
179. *Limit Theorems of Probability Theory*/Eds. Prokhorov Y., Statulevicius V.- Berlin: Springer, 1999
180. Dale A.I. *A History of Inverse Probability: From Thomas Bayes to Karl Pearson*.- London: Springer-Verlag, 1999
181. Bertoin J. et al. *Lectures on Probability Theory and Statistics*.- Paris: Springer-Verlag, 1999
182. Mittelhammer R.C. *Mathematical Statistics for Economics and Business*.- N.Y.: Springer, 1999
183. Pitman J. *Probability*.- Berlin: Springer-Verlag, 1999.
184. Li X.R. *Probability Random Signals and Statistics*.- Berlin: Springer-Verlag, 1999
185. Karian Z., Dudewicz E.J. *Modern Statistical System and GPSS Simulation*.- Berlin: Springer, 1998
186. Harris J., Stocker H. *Handbook of Mathematics and Computational Science*.- Oslo: Springer, 1998
187. Harville D.A. *Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*.- Berlin: Springer-Verlag, 1998
188. *Encyclopedia of Statistical Sciences* / Eds. S. Kotz and N. Johnson, vol. 1-9.- N.Y.: Wiley, 1995
189. Kotz S. *Russian-English/English-Russian Glossary of Statistical Terms*.- London: Oliver, 1971
190. Aladjev V.Z. et al. *The Electronic Library of the Books*.- Tallinn: Tallinn Research Group, 1999

191. **Aladjev V.Z., Hunt U.J., Shishakov M.L.** *Research Activity of the Tallinn Research Group: Scientific Report for Period 1995-1998 / Ed. A. Ursul.*- Tallinn: TRG Press, 1998
192. **Aladjev V.Z. et al.** The Tallinn Research Group and International Academy of Noosphere: Scientific and Applied Activity for Period 1995-1999, in [143], pp. 668-678.
193. **Gordon H.** *Classification: Methods for Exploratory Data Analysis.*- London: Chapman & Hall, 1981
194. **Schiffman S.S. et al.** *Introduction to Multivariate Scaling.*- N.Y.: Academic Press, 1981
195. **Chatfield C., Collins A.** *Introduction to Multivariate Analysis.*- London: Chapman and Hall, 1980
196. **Golovin B.N.** *Language and Statistics.*- Moscow: Nauka Press, 1971 (in Russian)
197. **Gorevaja V.S.** *Statistical Description of Function-style Subdivisions of Modern English.*- Kalinin, 1974 (in Russian with extended English summary)
198. *Probability-statistical Organization of Neural Mechanisms of the Brain / Eds. Kogan A. et al.*- Rostov, 1974 (in Russian with extended English summary)
199. *Estonian Labour Force 1989-1999.*- Tallinn: Statistical Office of Estonia, 1999 (in Estonian&English)
200. *Statistical Yearbook of Estonia.*- Tallinn: Statistikaamet Press, 1999 (in Estonian and English)
201. *Statistical Yearbook of Russia.*- Moscow: Goskomstat Press, 1998 (in Russian), ISBN 5-89476-030-5
202. *Japan Statistical Yearbook.*- Tokyo: Ministry of Finance, 1993 (in Japan and English)
203. *Statistical Yearbook of Lithuania.*- Vilnius: Methodical Publishing Centre, 1998 (in Lithuanian)
204. *Statistical Yearbook of the Netherlands.*- The Hague: Statistics Netherlands Publications, 1995
205. *Statistical Abstract of the United States.*- Washington: The U.S. Government Printing Office, 1994
206. *Statistical Yearbook.*- New York: Publishing Division of UN, 1986 (in English and French)
207. **Muhacheva E., Rubinshtejn G.** *Mathematical Programming.*- Novosibirsk: Nauka Press, 1987 (in Russian with extended English summary)
208. *Forecasting of Social Processes in Socialist Society: Science as Object of Control.*- Kiev: Academy of Sciences of the Ukraine, Institute of Philosophy, 1969 (in Russian with English summary)
209. **Brusilovsky B.** *The Mathematical Models in Forecasting and Organization of Science.*- Kiev: Scientific thought, 1975 (in Russian with extended English summary)
210. *The fourth All-Union Symposium on Problems of Planning and Control by Scientific Probing and Designings.*- Moscow: Academy of Sciences of the USSR, 1977 (in Russian with English summary)
211. **Novikov E., Egorov V.** *Information and Researcher.*- Leningrad: Science Press, 1974 (in Russian)
212. **Gofman K.L. et al.** *Effectiveness of Science.*- Moscow: Science Press, 1984 (in Russian)
213. *Analysis of Regularities and Forecasting of Development of Science and Engineering.*- Kiev, 1967 (in Russian with extended English summary)
214. **Willems J.** From time series to linear system/ *Automatica*, v. 22, n. 5, 6 (1986); v. 23, n. 1 (1987)
215. **Bek N.Z., Golenko D.P.** *Statistical Methods of Optimization in Economic Probing.*- Moscow: Statistics, 1971 (in Russian with extended English summary)
216. **Aladjev V.Z., Shishakov M.L.** Programming in package *Maple V* // 2nd Int. Conf. "Computer Algebra in Fundamental and Applied Research and Education".- Minsk: Byelorussian Univ., 1999
217. **Aladjev V.Z., Shishakov M.** Automated working place of the mathematician // 2nd In. Conf. "Computer Algebra in Fundamental and Applied Research and Education ".- Minsk: Byelorussian State University, 1999
218. **Kamps T.** *Diagram Design.*- Berlin: Springer-Verlag, 1999
219. **Hampel F. et al.** *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions.*- N.Y.:Wiley, 1986
220. *Encyclopedia of Mathematics*, vol. 1.- London: Kluwer Academic Publishers, 1988, pp. 300-301.
221. **Aladjev V.Z.** *Interactive Encyclopedia of Cellular Automata.*- Tallinn: Tallinn Research Group & International Academy of Noosphere (in preparation)

222. **Aladjev V.Z. et al.** *Mathematical Theory of the Classical Homogeneous Structures.*- Gomel: BELGUT Press, 1998 (in Russian with extended English summary)
223. **Balakrishnan N., Chen W.** *CRC Handbook of Tables for Order Statistics.*- Berlin: Springer, 1997
224. **Dobrushin R. et al.** *Lecture on Probability Theory and Statistics.*- Paris: Springer, 1996
225. *CRC Standard Mathematical Tables and Formulae* / Ed. **D. Zwillinger.**- Berlin: Springer, 1995
226. *The Telecommunications Handbook* / Eds. **K. Terplan and P. Morreale.**- Berlin: Springer, 2000
227. *Computer Science. Newsletter*, no. **1-3.**- Berlin: Springer-Verlag, 2000
228. **Benker H.** *Practical Use of MathCAD.*- Berlin: Springer-Verlag, 1999, ISBN 1-85233-166-6
229. **Mokhtari M.** *MatLab 5.2&5.3 and Simulink 2&3 for Engineers.*- Paris: Springer-Verlag, 2000
230. **Scott B.** *Maple for Environmental Sciences.*- Sidney: Springer-Verlag, 2000, ISBN 3-540-65826-2
231. *Statistical Models in Epidemiology, the Environment and Clinical Trials* / Eds. **M. Halloran and D. Berry.**- London: Springer, 2000, ISBN 0-387-98924-2
232. *S-Plus: Academic Edition Version.*- Cambridge: Mathsoft Inc., Springer, 2000
233. **Gander W., Hrebicek J.** *Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and MatLab.*- Zurich: Springer-Verlag, 1997, ISBN 3-540-61793-0
234. *Macsyma 2.3.*- Arlington: Macsyma Inc., Springer-Verlag, 1998
235. **Redfern D., Campbell C.** *The MatLab 5 Handbook.*- Waterloo: Springer-Verlag, 1998
236. **Box G. et al.** *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building.*- New York: John Wiley and Sons, 1978
237. **Devore J.** *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences.*- N.Y.: Wadsworth Pub., 1995
238. **McCall R.** *Fundamental Statistics for the Behavioral Sciences.*- N.Y.: Harcourt Brace Jovanov, 1990
239. **Bettini C. et al.** *Temporal Databases with Multiple Granularities.*- Milan: Springer-Verlag, 2000
240. **Feuerlicht G.** *Object-Relational Database Management.*- Sydney: Springer-Verlag, 2000
241. **Kuper G., Libkin L., Paredaens J.** *Constraint Databases.*- Berlin: Springer-Verlag, 2000
242. *Oracle WebDB. Version 2.0 Evaluation.*- Redwood Shores: Oracle Corp., CD, # C13319-01, 1999
243. **Bates D., Watts D.** *Non-linear Regression Analysis and its Applications.*- New York: Wiley, 1988
244. **Draper N., Smith H.** *Applied Regression Analysis.*- New York: John Wiley & Sons, 1981
245. **Ratkowsky D.** *Non-linear Regression Modeling.*- New York: Marcel Dekker, 1983
246. **Williams E.** *Regression Analysis.*- New York: John Wiley & Sons, 1959
247. **Box G., Jenkins G.** *Time Series Analysis, Forecasting and Practice.*- San Frisco: Holden Day, 1970
248. **Chatfield C.** *The Analysis of Time Series. Theory and Practice.*- London: Chapman and Hall, 1975
249. **Kendall M.** *Time Series.*- London: Griffin Press, 1973
250. **Nelson C.** *Applied Time Series for Managerial Forecasting.*- San Francisco: Holden Day, 1973
251. **Cleveland W.** *The Elements of Graphing Data.*- Wadsworth, California, 1985
252. **Box G., Draper N.** *Empirical Model Building and Response Surfaces.*- N.Y.: Wiley, 1987
253. **Fox J.** *Linear Statistical Models and Related Methods.*- N.Y.: John Wiley & Sons, 1984
254. **McCullagh P., Nelder J.** *Generalized Linear Models.*- London: Chapman and Hall, 1983
255. **Searle S.** *Linear Models.*- New York: John Wiley & Sons, 1971
256. **Cochran W.** *Sampling Techniques.*- N.Y.: John Wiley & Sons, 1977
257. **Gottman J.** *Time Series Analysis: A Comprehensive Introduction for Social Scientists.*- London: Cambridge University Press, 1981
258. **Conover W.** *Practical Nonparametric Statistics.*- New York: John Wiley & Sons, 1980
259. **Hollander M., Wolfe D.** *Nonparametric Statistical Methods.*- New York: John Wiley & Sons, 1973
260. **Neter J et al.** *Applied Statistics.*- Massachusetts: Allyn and Bacon, 1988

261. **Maple 6.** *The Standard for Analytical Computation.*- Waterloo: Waterloo Maple Inc., 2000
262. *The Seventh International Conference Computational Finance 2000.*- London: London Business School, June 2000
263. **Aladjev V.Z., Shishakov M., Trokhova T.** A workstation for solution of differential equations // 3rd Intern. Conf. "*Differential Equations and Applications*".- Saint-Petersburg, 12-17 June 2000
264. **Keppel G.** *Design and Analysis: A Researcher's Handbook.*- N.J.: Prentice-Hall Inc., 1973
265. **Bradley J.** *Distribution-Free Statistical Tests.*- Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall Inc., 1968
266. **Lehmann E.** *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks.*- San Frisco: Holden-Day, 1975
267. **Everitt B.S.** *The Analysis of Contingency Tables.*- London: Chapman and Hall, 1977
268. **Zhukovskaja V., Mucnik I.** *The Factor Analysis in Social and Economical Investigations.*- Moscow: Higher School Press, 1976 (in Russian with extended English summary)
269. **Kurshakova Ju.S.** *Correlation and Regression Analysis in Practical Application.*- Novosibirsk, 1976 (in Russian with extended English summary)
270. **Kendall M., Buckland W.** *A Dictionary of Statistical Terms.*- London: Oliver & Boyd Press, 1960
271. **Mulhall M.G.** *The Dictionary of Statistics.*- Detroit: Book Tower Press, 1969
272. **Borovkov C.A.** *The English-Russian, Russian-English Dictionary on Probability Theory, Statistics and Combinatorics.*- Moscow-Philadelphia: SIAM, 1994
273. **Leser C.E.V.** *Econometric Techniques and Problems.*- London: Charles Griffin and Company, 1970
274. **Andersen P.K. et al.** *Statistical Models Based on Counting Processes.*- Copenhagen: Springer, 1997
275. **Jobson J.D.** *Applied Multivariate Data Analysis. Vol. 1: Regression and Experimental Design.*- Berlin: Springer-Verlag, 1998
276. **Malliavin P.** *Stochastic Analysis.*- Paris: Springer-Verlag, 1997
277. **Moeschlin O. et al.** *Experimental Stochastics.*- Berlin: Springer-Verlag, 1998, CD + Booklet
278. **Simonoff J.S.** *Smoothing Methods in Statistics.*- N.Y.: Springer-Verlag, 1998, ISBN 0-387-94716-7
279. **Whittle P.** *Probability via Expectation.*- Cambridge: Springer-Verlag, 2000, ISBN 0-387-98955-2
280. **Capinski M., Zastawniak T.** *Probability via Problems.*- London-Berlin: Springer-Verlag, 2000
281. **Shorack G.S.** *Probability for Statisticians.*- Berlin: Springer-Verlag, 2000, ISBN 0-387-98953-6
282. *S-Plus 2000: Modern Statistics and Advanced Graphics.*- Cambridge: Mathsoft Inc., Springer, 2000
283. **Ivchenko G., Medvedev Ju.** *Mathematical statistics.*- Moscow: Higher School Press, 1984
284. **Seber G.S.** *Linear Regression Analysis.*- New York: John Wiley and Sons, 1977
285. **Kendall M., Stuart A.** *The Advanced Theory of Statistics, v. 1-3.*- London: Charles Griffin, 1970
286. **Aladjev V.Z., Shishakov M.L., Trokhova T.** Educational computer laboratory of the engineer // 8-th Byelorussian Mathemat. Conf., vol. 3.- Minsk, 2000, p. 154
287. **Aladjev V.Z. et al.** Simulation in software environment of the mathematical package *Mapl* // Intern. Conf. on Mathemat. Modelling.- Ukraine: Herson, 2000
288. **Aladjev V.Z. et al.** Workstation for solution of systems of differential equations // 3rd Intern. Conf. "*Differential Equations and Applications*".- Saint-Petersburg, 2000
289. **Aladjev V.Z. et al.** Computer laboratory for engineering researches // Int. Conf. *ACA-2000.*- Saint-Petersburg, Russian Academy of Sciences, June 2000
290. **Aladjev V.Z. et al.** Workstation for mathematicians // Lithuanian Conf. "*TRANSPORT-2000*".- Vilnius, Vilnius Technical University, May 2000
291. **Paul W., Baschnagel J.** *Stochastic Processes: From Physics to Finance.*- Berlin: Springer, 1999
292. **Winkelmann R.** *Econometric Analysis of Count Data.*- Berlin: Springer-Verlag, 2000
293. **Sen A., Srivastava M.** *Regression Analysis: Theory, Methods and Applications.*- Chicago-Toronto: Springer-Verlag, 1997

294. Härdle W. et al. *Partially Linear Models*.- Berlin: Springer-Verlag, 2000, ISBN 3-7908-1300-1
295. Back H.-H., Diday E. *Analysis of Symbolic Data*.- Berlin-Paris: Springer-Verlag, 2000
296. Isaac R. *The Pleasures of Probability*.- Berlin: Springer-Verlag, 1996, ISBN 0-387-94415-X
297. *Data Analysis, Classification and Related Methods* / Eds. H.A. Kiers et al.- Berlin: Springer, 2000
298. *COMPSTAT 2000 – Proceedings in Computational Statistics* // Eds. J. Bethlehem et al.- The Netherlands: Springer-Verlag, 2000
299. Baltagi B.H. *Econometrics*.- Berlin: Springer-Verlag, 1999
300. Scmolck B. *Omitted Variables Tests and Dynamic Specification*.- Zurich: Springer-Verlag, 2000
301. Clegg F. *Simple Statistics: A Course Book for the Social Sciences*.- London: Cambridge Univ., 1990
302. Aladjev V.Z. *Algebra Systems: A New Software Toolbox for Maple*.- Palo Alto: Fultus Publ., 2004
303. http://writers.fultus.com/aladjev/ebooks/victor_aladjev_new_software_toolbox_for_maple.pdf
304. <http://www.macsyma.com/MXCompareMMA.html>
305. Hawley W. *Foundations of Statistics*.- N.Y.: Saunders College Publishing, 1996
306. Kirk R. *Statistics: An Introduction*.- N.Y.: Saunders College Publishing, 1999
307. Ross S. *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*.- New York: Academic Press, 1999
308. Roussas G. *A Course in Mathematical Statistics*.- New York: Academic Press, 1997
309. Freund R., Wilson W. *Regression Analysis*.- New York: Academic Press, 1998
310. Hays W. *Statistics*.- New York: Saunders College Publishing, 1993
311. Newmark J. *Statistics and Probability in Modern Life*.- N.Y.: Saunders College Publ., 1998
312. <http://www.geocities.com/valadjev/Books/Books.htm>
313. *Encyclopedia of Mathematical Sciences*, vol. 1.- Moscow: Soviet Enciclopedia, 1985, pp. 51 - 53
314. *Encyclopedia of Mathematics*.- The Hague: Kluwer Academic Publishing, 1995
315. Cyganowski S., Kloeden P., Ombach J. *From Elementary Probability to Stochastic Differential Equations with Maple*.- Berlin-London: Springer, 2002, 310 pp., ISBN 3-540-42666-3
316. *CreditRisk in the Banking Industry* // Eds. M. Gundlach and F. Lehrbass.- Berlin: Springer-Verlag, 2004, 369 p., ISBN 3-540-20738-4
317. Elliot R., Kopp P. *Mathematics of Financial Markets*.- Berlin: Springer-Verlag, 2004
318. Shreve S. *Stochastic Calculus for Finance: The Binomial Asset Pricing Model*.- Hamburg: Springer-Verlag, 2004, 187 p., ISBN 0-387-40100-8
319. Shreve S. *Stochastic Calculus for Finance: Continuous Time Models*.- Hamburg: Springer-Verlag, 2004, 550 p., ISBN 0-387-40101-8
320. Meucci A. *Risk and Asset Allocation*.- Greenwich: Springer-Verlag, 2004, ISBN 3-540-22213-8
321. Musiela M., Rutkowski M. *Martingale Methods in Financial Modelling*.- London: Springer-Verlag, 2004, 530 p., ISBN 3-540-20966-2
322. Ruppert D. *Statistics and Finance*.- London: Springer-Verlag, 2004, 473 p., ISBN 0-387-20270-6
323. Franke J. et al. *Statistics of Financial Markets*.- Paris: Springer-Verlag, 2004, ISBN 0-387-20270-6
324. Roman S. *Introduction to the Mathematics of Finance: From Risk Management to Options Pricing*.- London: Springer-Verlag, 2004, 360 p., ISBN 0-387-21375-9
325. *Statistical Tools in Finance and Insurance* // P. Cizet at al.- London: Springer-Verlag, 2004
326. Skorokhod A. *Basic Principles and Applications of Probability Theory*.- Berlin: Springer, 2004
327. Tsirelson B., Werner W. *Lectures on Probability Theory and Statistics*.- Paris: Springer-Verlag, 2004, 200 p., ISBN 3-540-21316-3
328. Tavare S. *Lectures on Probability Theory and Statistics*.- Paris: Springer-Verlag, 2004, 315 p.

329. **Catoni O.** *Statistical Learning Theory and Stochastic Optimization.*- Paris: Springer-Verlag, 2004
330. **Anderson C., Loynes R.** *The Teaching of Practical Statistics.*- N.Y.: John Wiley & Sons, 1987
331. **Andrews D., Herzberg A.** *Data, A Collection of Problems from Many Fields for the Student and Research Workers.*- New York: Springer-Verlag, 1985
332. **Barnett V.** *Advanced Level Studies: Statistics, Statistical Background.*- Sheffield: Center for Statistical Education, University of Sheffield, 1985
333. **Bibby J.** *History of Teaching Statistics.*- London: John Bibby, 1986
334. *Guidelines for the Teaching of Statistics* // Ed. **G. Burrill.**- Alexandria, Virginia: ASA, 1991
335. *Teaching and Using Statistics* // Ed. **N. Davies.**- London: Royal Statistical Society, 1993
336. **Gal I., Garfield J.** *The Assessment Challenge in Statistics.*- Voorburg, The Netherlands: ISI, 1997
337. **Graham A.** *Teach Yourself Statistics.*- London: Hodder and Soughton, 1994
338. *Teaching Statistics at Its Best* // Ed. **D. Green.**- Sheffield: Teaching Statistics Trust, 1993
339. *A Handbook of Small Data Sets* // Eds. **D. Hand et al.**- London. Chapman and Hall, 1994
340. **Hawkins A. et al.** *Teaching Statistical Concepts.*- London: Longman, 1992
341. **Noggle J.** *Practical Curve Fitting and Data Analysis, Software and Self-instruction for Scientists and Engineers.*- London: Horwood, 1993
342. *Teaching of Statistics in the Computer Age* // Eds. **L. Råde & T. Speed.**- Kent: Chartwell, 1985
343. **Abelson R.** *Statistics as Principled Argument.*- NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1995
344. **Argyrous G.** *Statistics for Social and Health Research.*- London: Sage Publications, 2000
345. **Brown F. et al.** *Statistical Concepts: A Basic Program.*- NY: HarperCollins College Publ., 1995
346. **Craft J.** *Statistics and Data Analysis for Social Workers.*- Itasca, IL: F.E. Peacock Publ., 1990
347. **Aladjev V.Z., Haritonov V.N.** *General Theory of Statistics.* - Palo Alto: Fultus Publishing, 2004
348. *Statistical Tools for Finance and Insurance* // Eds. **P. Cizek, W. Hardle, R. Weron.**- Berlin: Springer, 2004, ISBN 3-540-22189-1
349. **Good R.** *Permutation, Parametric, and Bootstrap Tests of Hypotheses.*- N.Y.: Springer, 2005
350. **Scherer B, Martin R.** *Introduction to Modern Portfolio Optimization with NUOPT and S-Plus.*- Berlin: Springer, 2005, ISBN 0-387-21016-4
351. *New Developments in Classification and Data Analysis* // Eds. **M. Vichi et al.**- Roma: Springer, 2005, ISBN 3-540-23809-3
352. **Zivot, Wang J.** *Modeling Financial Time Series with S-Plus.*- N.Y.: Springer, 2004
353. *Statistical Tools for Finance and Insurance* / Eds. **P. Cizek et al.**- Berlin: Springer, 2004
354. **Dekking F.M. et al.** *A Modern Introduction to Probability and Statistics.*- Berlin: Springer, 2005.
355. **Никитин А.В., Гачко Г.А., Слободянюк А.И.** *VISUAL BASIC: Учебный курс.*- Гродно: Гродненский Государственный университет, 2005, 364 с., ISBN 985-417-643-6
356. **Ефимова М.Р.** *Общая теория статистики. Учебник.*- М.: Изд-во: ИНФРА-М, 2005
357. **Елисеева И.И., Юзбашев М.М.** *Общая теория статистики. Учебник.*- М.: Изд-во: "Финансы и статистика", 2005, ISBN 5-279-01956-9
358. **Кожухарь Л. И.** *Основы общей теории статистики.*- М.: Изд-во: "Финансы и статистика", 1999, ISBN 5-279-02017-6
359. **Бендина Н. В.** *Общая теория статистики. Пособие для подготовки к экзаменам.*- М.: Изд-во: Приор, 1999, ISBN 5-7990-0272-5
360. **Ефимова М.Р., Ганченко О.И., Петрова Е.В.** *Практикум по общей теории статистики.*- М.: Изд-во: "Финансы и статистика", 2006, ISBN 5-279-02555-0

Список Рисунков

Рис. 1. Место предмета статистики в системе других наук	11
Рис. 2. Пример вычисления геометрической вероятности.....	26
Рис. 3. Два примера вычисления геометрической вероятности.....	27
Рис. 4. Геометрическая иллюстрация алгебры событий.....	28
Рис. 5. Графическое представление ряда распределения и функции распределения дискретной случайной переменной	32
Рис. 6. Графики функций вероятности $p(z)$ и $N(z)$ для СНР.....	42
Рис. 7. Общая схема-макет статистической таблицы.....	66
Рис. 8. Гистограммы, полигоны и интегральные кривые распределения.....	71
Рис. 9. Примеры различных типов статистических диаграмм	76
Рис. 10.а. Эмпирическое $E(X)$ -распределение (histogram и polygon), определенное вариационным рядом из табл. 11	102
Рис. 11. Вычисление генеральной средней совокупности на основе обычной и малой выборок ..	110
Рис. 12. Построение в Maple-среде ЛМР, базирующейся на данных табл. 7.....	123
Рис. 13. Разработка нелинейной модели регрессии с вычислением коэффициента корреляции (CC) и корреляционного отношения (CR).....	125
Рис. 14. Разработка линейной двухфакторной модели регрессии в среде Maple	128
Рис. 15. Определение связности явлений нелинейного характера посредством коэффициента корреляции и корреляционного отношения. Проверка гипотезы о линейном характере генерального распределения на основе критерия согласия Романовского.	131
Рис. 16. Дальнейшая разработка модели регрессии примера (рис. 15). Проверка гипотезы о линейном характере генерального распределения на основе критерия согласия Романовского.	132
Рис. 17. График дискретного временного ряда, базирующегося на данных табл. 9 (графа б)	134
Рис. 18. Динамика средних объемов публикаций ТТГ	136
Рис. 19. Динамика объемов оказанных услуг фирмой в зависимости от базисного года	138
Рис. 20. Графическое представление трех интервальных временных рядов, отражающих ежегодную динамику цитирования публикаций ТТГ относительно их места издания.....	139
Рис. 21. Количества отечественных и зарубежных публикаций ТТГ по пятилеткам.....	140
Рис. 22. Динамика показателей GC и A1% для временного ряда из табл. 17	143
Рис. 23. Приблизительное определение тренда ряда методом укрупнения интервалов.....	149
Рис. 24. Простая Maple-процедура для вычисления скользящих средних.....	149

Рис. 25. Графическое представление исходного и сглаженного временных рядов.....	150
Рис. 26. Вычисление конечных разностей для уровней ряда, определенного табл. 18	152
Рис. 27. Вычисление линейных трендов рядов (табл. 9) с их графическим представлением.....	153
Рис. 28. Вычисление средне квадратичных отклонений, коэффициентов вариации и некоторых других показателей для временных рядов А и G (табл. 9; графы 5 и 7 соответственно) ...	156
Рис. 29. Колебательная составляющая временного ряда, определенного табл. 9 (графа 7).....	159
Рис. 30. Вычисление коэффициентов автокорреляции для временных рядов U и А (табл. 9; графы 4 и 5) с выводом графиков осциллирующих остатков обоих рядов.....	163
Рис. 31. Вычисление для временных рядов А и U коэффициентов корреляции, автокорреляции и линейных трендов с учетом временных лагов наряду с вычислением СС-показателя после устранения автокорреляции и с выводом графиков колебательных остатков.....	165
Рис. 32. Вычисление агрегатных индексов цен в форме Пааше, Ласпейреса и Фишера	171

Список Таблиц

Таблица 1. Распределение научных публикаций ТТГ по типу и месту издания за 1970-1999 годы ее творческой активности	61
Таблица 2. Постоянные жители Эстонии по полу и возрасту (на 1.01.1999).....	66
Таблица 3. Распределение периодических публикаций ТТГ по месту их издания и объему (1970 – 1999)	70
Таблица 4. Динамика научных публикаций ТТГ по пятилеткам (1970 – 1999).....	79
Таблица 5. Динамика по пятилеткам доли публикаций ТТГ по их типам.....	79
Таблица 6. Типы средних значений (величин)	88
Таблица 7. Распределение публикаций ТТГ по годам ее активности (1970 – 1999)	90
Таблица 8. Разработочная таблица для вычисления показателей вариации.....	95
Таблица 9. Распределение ежегодных ссылок на публикации ТТГ (1970 – 1999)	98
Таблица 10. Распределение публикаций ТТГ по однородным структурам по пятилеткам.....	99
Таблица 11. Распределение периодических публикаций ТТГ (по объему в страницах)	101
Таблица 12. Разработочная таблица для интервального ряда X из табл. 11	102
Таблица 13. Суммарные количества крупных публикаций ТТГ	136
Таблица 14. Динамика средних объемов (в стр.) монографических публикаций ТТГ	136
Таблица 15. Объем оказанных информационных услуг фирмой SALCOMBE Ltd (в тыс. ЕЕК).....	137
Таблица 16. Динамика объемов оказанных информационных услуг фирмой SALCOMBE Ltd.....	138
Таблица 17. Динамика годовой цитируемости публикаций ТТГ в СССР	141
Таблица 18. Разработочная таблица для временного ряда, определенного табл. 17	147
Таблица 19. Трехлетние темпы цитируемости работ ТТГ по МТОС в СССР и за рубежом (1971 – 2000 г.г.; для 2000 г. рассматривается только первое полугодие)	161
Таблица 20. Объемы продаж и цены.....	170
Таблица 21. Формулы для базисных и цепных индексов	174

Профессиональные статистические и математические организации

Agency for Statistics of Bosnia and Herzegovina; spopovic@bih.net.ba
Agency on Statistics of the Republic of Kazakhstan; kazstat@mail.banknet.kz
Albania: Institute of Statistics – <http://www.instat.gov.al>
American Mathematical Society (AMS); ams@math.ams.org
American Society for Quality (ASQ) – <http://www.asq.org>
American Statistical Association (ASA) – <http://www.amstat.org>
Applied Mathematics Society, Department of Mathematics and Statistics; gac@cs.sfu.ca
Argentina: National Institute of Statistics and Censuses – <http://www.indec.mecon.ar>
Armenia: Ministry of Statistics – <http://www.armstat.am>
Association for Computing Machinery (ACM) – <http://info.acm.org>
Australia: Australian Bureau of Statistics – <http://www.abs.gov.au>
Austria: Central Statistical Office – <http://www.statistik.at>
Azerbaijan: State Statistical Committee – <http://www.azeri.com/goscomstat>
Belgium: National Institute of Statistics – <http://www.statbel.fgov.be>
Bernoulli society for mathematical statistics and probability – www.cbs.nl/isi/BS/bshome.htm
Brazil: Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) – <http://www.ibge.gov.br>
Bulgaria: National Statistical Institute – <http://www.nsi.bg>
Canada: Statistics Canada – <http://www.statcan.ca>
Canadian Mathematical Society; exsmc@acadvm1.uottawa.ca
Central Bureau of Statistics of Croatia – <http://rusan@dzs.hr>
Central Bureau of Statistics of Israel; yahav@cbs.gov.il
Central Office of Statistics, Malta; cos@magnet.mt
Central Statistical Bureau of Latvia; Azigure@csb.lv
Central Statistical Office of Poland; t.toczynski@stat.gov.pl
Central Statistics Office of Ireland; dg@cso.ie
Chile: National Institute of Statistics (INE) – <http://www.ine.cl>
China: National Bureau of Statistics – <http://www.stats.gov.cn/english/index.htm>
Classification Society of North America (CSNA) – <http://www.pitt.edu/~csna>
Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP); info@comap.com
Czech Republic: Czech Statistical Office – <http://www.czso.cz/eng/angl.htm>
Denmark: Statistics Denmark – <http://www2.dst.dk/internet/startuk.htm>
Departament d'Estudis I d'Estadística, Ministeri de Finances; servest@andorra.ad

Department of Statistics, Liechtenstein; Christian.Brunhart@avw.llv.li
ECE Statistical Division; sari.saleh@unece.org
Econometric Society – <http://www.econometricsociety.org>
Estonia: Statistical Office of Estonia – <http://www.stat.ee>
European Community: EUROSTAT – <http://europa.eu.int/comm/eurostat>
European Network for Business and Industrial Statistics (**ENBIS**) – <http://www.enbis.org>
Federal Statistical Office, Germany; johann.hahlen@statistik-bund.de
Federal Statistical Office, Yugoslavia; zivkovic@szs.gov.yu
Finland: Statistics Finland – http://www.stat.fi/index_en.html
Finnish Statistical Society – http://www.stat.fi/sts/index_en.html
Food and Agricultural Organization (**FAO**) – <http://www.fao.org/>
German region of the international biometric society – www.dkfz-heidelberg.de/biostatistics/ibs
Germany: Federal Statistical Office – http://www.destatis.de/e_home.htm
Greece: National Statistical Service – <http://www.statistics.gr>
Hungarian Central Statistical Office; tamas.mellar@ksh.x400gw.itb.hu
Hungary: Hungarian Central Statistical Office – www.ksh.hu/pls/ksh/docs/index_eng.html
India: Department of Statistics (General Statistics) – <http://mospi.nic.in>
Indonesia: Central Bureau of Statistics – <http://www.bps.go.id>
Industrial Mathematics Society; P.O. Box 159, Roseville, MI 48066
Institut de la Statistique; mekonomi@instat.gov.al
Institut National de Statistique, Italie; PRES@ISTAT.IT
Institut National de Statistique; ahadjiiski@nsi.bg
Institut National de Statistique; claude.cheruy@statbel.mineco.fgov.be
Institute for Scientific Information (**ISI**), Philadelphia, PA 19104, U.S.A.
Institute of Mathematical Statistics (**IMS**) – <http://www.imstat.org>
Instituto Nacional de Estadística, Spain; pmguzman@ine.es
International Association for Official Statistics (**IAOS**) – <http://www.stat.fi/iaos>
International Association for Statistical Computing (**IASC**) – <http://www.cbs.nl/isi/iasc.htm>
International Association for Statistical Education (**IASE**) – www.stat.auckland.ac.nz/~iase/
International Association of Survey Statisticians (**IASS**) – <http://www.cbs.nl/isi/iass/index.htm>
International Biometric Society (**IBS**) – <http://www.tibs.org>
International Chinese Statistical Association (**ICSA**) – <http://www.icsa.org>
International Labour Organization (**ILO**) – <http://laborsta.ilo.org>
International Mathematics Union (**IMPA**); imu@impa.br
International Monetary Fund (**IMF**) – <http://www.imf.org>
International Society for Bayesian Analysis (**ISBA**) – <http://www.bayesian.org>
International Statistical Institute (**ISI**) – <http://www.cbs.nl>
Ireland: Central Statistics Office – <http://www.cso.ie>
Irving Fisher Society for Financial and Monetary Statistics – <http://www.cbs.nl/isi/fisher.htm>
Israel: Central Bureau of Statistics – <http://www.cbs.gov.il/engindex.htm>

Italy: National Statistical Institute – <http://www.istat.it>
Japan: Japanese Statistics Bureau – <http://www.stat.go.jp>
Joint Policy Board for Mathematics; jpbm@math.umd.edu
Latvia: Central Statistical Bureau of Latvia – <http://www.csb.lv/avidus.cfm>
l'INSEE, France; paul.champsaur@insee.fr
Lithuania: Statistics Lithuania – <http://www.std.lt/web/main.php>
Luxembourg: National Institute of Statistics and Economic Studies – <http://statec.gouvernement.lu>
Mathematical Association of America (**MAA**); maahq@maa.org
Mexico: National Institute of Statistics, Geography, and Informatics – <http://www.inegi.gob.mx>
Ministry of Statistics and Analysis, Byelorussia; svet@domhos.belpak.minsk.by
Moldova: Department for Statistics and Sociology – <http://www.statistica.md/?lang=en>
National Association of Mathematicians; nam@ecsvax.uncecs.edu
National Commission for Statistics of Romania; romstat@cns.ro
National Institute of Statistics and Economic Studies –
http://www.insee.fr/en/home/home_page.asp
National Statistical Committee of the Kyrgyz Republic; 311@nsc.bishkek.su
National Statistical Institute, Portugal; INE@mail.telepac.PT
National Statistical Service of Greece; general.secretary@statistics.gr
National Statistical Service of the Republic of Armenia; armstat@sci.am
National Statistician, Statistics Denmark; jpl@dst.dk
Netherlands: Central Bureau of Statistics (**CBS**) – <http://www.cbs.nl/en>
New Zealand: Statistics New Zealand – <http://www.stats.govt.nz>
Norway: Statistics Norway – <http://www.ssb.no/www-open/english>
Office for National Statistics, United Kingdom; len.cook@ons.gov.uk
Office of Management and Budget, Executive Office of the President; kwallman@omb.eop.gov
Organization for Economic Cooperation and Development (**OECD**) – <http://www.oecd.org>
Organization of Economic Cooperation and Development (**OECD**) –
<http://www.oecd.org/statistics>
Poland: Central Statistical Office – <http://www.stat.gov.pl/english/index.htm>
Royal Statistical Society (**RSS**) – <http://www.rss.org.uk>
Royal Statistical Society, London, Great Britain; rss@rss.org.uk
Russia: Russian State Committee for Statistics – <http://www.gks.ru/eng>
Service Central de la Statistique et des Etudes Economiques (**STATEC**); robert.weides@statec.etat.lu
Singapore: Department of Statistics – <http://www.singstat.gov.sg>
Slovakia: Statistical Office – http://www.statistics.sk/webdata/english/index2_a.htm
Society for Computational Economics – <http://wueconb.wustl.edu/sce/>
Society of Industrial and Applied Mathematics (**SIAM**); siam@siam.org
Spain: National Institute of Statistics – <http://www.ine.es>
State Committee of the Russian Federation on Statistics; sokolin@gks.ru
State Department for Statistics of Georgia; soceinf@iberiapac.ge

State Institute of Statistics, Turkey; sefik.yildizeli@die.gov.tr
State Statistical Agency at the Government of the Republic of Tajikistan; tad@stat.td.silk.org
State Statistical Committee of Azerbaijan; azstat@azeri.com
State Statistics Committee of Ukraine; minstat@minstat.kiev.ua
Statistical Committee of CIS – <http://www.cisstat.com/>
Statistical Division Economic Commission for Europe; paolo.garonna@unece.org
Statistical Office of Estonia; rein.veetousme@stat.ee
Statistical Office of Macedonia; svetlana@stat.gov.mk
Statistical Office of the European Communities (**Eurostat**) – <http://europa.eu.int/comm/eurostat>
Statistical Office of the European Communities; yves.franchet@eurostat.cec.be
Statistical Office of the Republic of Slovenia; tomaz.banovec@gov.si
Statistical Office of the Slovak Republic; mach@statistics.sk
Statistical Office of the United Nations; statistics@un.org
Statistical Service of Cyprus; cydsr@cytanet.com.cy
Statistical Society of Australia Inc. (**SSAI**) – <http://www.statsoc.org.au>
Statistical Society of Canada – <http://www.ssc.ca>
Statistical Society of Canada; roger@uvvm.uvic.ca
Statistics Austria; ewald.kutzenberger@oestat.gv.at
Statistics Canada; fellegi@statcan.ca
Statistics Department International Monetary Fund; CCARSON@IMF.ORG
Statistics Directorate **OECD**, France; KINCANNON@OECD.ORG
Statistics Division United Nations; HABERMANN@UN.ORG
Statistics Finland; timo.relander@stat.fi
Statistics Iceland; hallgrimur.snorrason@statice.is
Statistics Lithuania; statistika@mail.std.lt
Statistics Netherlands; nrnt@CBS.NL
Statistics Norway, slo@ssb.no
Statistics Sweden; svante.oberg@scb.se
Sweden: Statistics Sweden – <http://www.scb.se>
Swiss Federal Statistical Office; carlo.malaguerra@bfs.admin.ch
Switzerland: Swiss Federal Statistical Office – <http://www.statistik.admin.ch/eindex.htm>
The Department for Statistical and Sociological Research, Republic of Moldova; dass@moldova.md
Ufficio programmazione economica e Centro Elaborazione dati e statistica; progecon@omniway.sm
Ukraine: State Committee of Statistics – <http://www.ukrstat.gov.ua>
UN Economic Commission for Europe (**UN/ECE**) – <http://www.unece.org>
UN Statistics Division – <http://www.un.org/Depts/unsd>
United Arab Emirates: Ministry of Planning – <http://www.uae.gov.ae/mop/>
United Kingdom: Office of National Statistics – <http://www.statistics.gov.uk>
United Nations Industrial Development Organization (**UNIDO**) – www.unido.org/doc/3474
United Nations Statistics Division – <http://unstats.un.org/unsd/>

United Nations, Division for Sustainable Development, dsd@un.org

United States Statistical Agencies – <http://www.fedstats.gov>

Uruguay: Statistical Department – <http://www.ine.gub.uy>

Uzbekistan: Ministry of Macroeconomy and Statistics – <http://www.gov.uz>

World Bank – <http://www.worldbank.org>

World Health Organization (**WHO**) – <http://www3.who.int/whosis/menu.cfm>

World Trade Organization(**WTO**) – <http://www.wto.org>

Международные периодические издания по статистике

- Allgemeines Statistisches Archiv – Journal of the German Statistical Society, ISSN 0002-6018 (*print*)
- American Behavioral Scientist – ISSN 0002-7642
- American Journal of Political Science – ISSN 0092-5853
- American Journal of Sociology – ISSN 0002-9602
- American Political Science Review – ISSN 0003-0554
- American Sociological Review – ISSN 0003-1224
- Annual Review of Sociology – ISSN 0360-0572
- Applied Measurement in Education – ISSN 0895-7347
- Behavior Research Methods, Instruments, & Computers – ISSN 0743-3808
- Behaviormetrika – ISSN 0385-7417
- British Journal of Mathematical and Statistical Psychology – ISSN 0007-1102
- British Journal of Political Science – ISSN 0007-1234
- British Journal of Social Psychology – ISSN 0144-6665
- Business Statistics – Washington, U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
- Business Statistics of the United States – Bernan Press. Annual
- Calcutta Statistical Association Bulletin, Department of Statistics, Calcutta University (India)
- Computational Statistics – ISSN 0943-4062 (*print*)
- CPI Detailed Report – Washington, U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics
- Cross-Cultural Research; The Journal of Comparative Social Science – ISSN 1069-3971
- Current Contents; Social and Behavioral Sciences – ISSN 0092-6361
- Current Index to Statistics, Applications, Methods and Theory – Washington, Annual
- Decision Sciences, Stanford University (USA)
- Economic Bulletin – German Institute for Economic Research, ISSN 0343-754X (*print*)
- Economic Survey of Europe – Geneva, Economic Commission for Europe
- Economic Systems – Osteuropa-Institut München in collaboration with the European Association for Comparative Economic Studies (EACES), ISSN 0939-3625 (*print*)
- Economic Theory – Official Journal of the Society for the Advancement of Economic Theory, ISSN 0938-2259 (*print*), ISSN 1432-0479 (*electronic*)
- Economics of Governance – ISSN 1435-6104 (*print*), ISSN 1435-8131 (*electronic*)
- Educational and Psychological Measurement – ISSN 0013-1644
- Empirical Economics – ISSN 0377-7332 (*print*), ISSN 1435-8921 (*electronic*)
- Evaluation and Program Planning; International Journal – ISSN 0149-7189

Evaluation; The International Journal of Theory – ISSN 1356–3890

Field Methods –ISSN 1525–822X

Finance and Stochastics – Bonn, Germany, ISSN 0949–2984 (*print*), ISSN 1432–1122 (*electronic*)

Group Dynamics – ISSN 1089–2699

IEEE Transactions on Reliability, Institute of Electrical and Electronics Engineers (New York)

International Financial Statistics – Washington, Statistics Bureau, International Monetary Fund

International Journal of Forecasting – ISSN 0169–2070

International Journal of Market Research – ISSN 0025–3618

International Journal of Qualitative Methods – <http://www.ualberta.ca/~ijqm/>

International Journal of Social Research Methodology – ISSN 1364–5579

International Social Science Journal – ISSN 0020–8701

Journal of Applied Measurement – ISSN 1529–7713

Journal of Applied Statistical Science, Nova Science (Commack, NY)

Journal of Business & Economic Statistics – ISSN 0735–0015

Journal of Classification – ISSN 0176–4268

Journal of Consumer Research – ISSN 0093–5301

Journal of Educational and Behavioral Statistics – ISSN 1076–9986

Journal of Educational Measurement – ISSN 0022–0655

Journal of Evolutionary Economics – ISSN 0936–9937 (*print*), ISSN 1432–1286 (*electronic*)

Journal of Marketing Research – ISSN 0022–2437

Journal of Marketing; American Marketing Association – ISSN 0022–2429

Journal of Official Statistics – ISSN 0282–423X

Journal of Population Economics – ISSN 0933–1433 (*print*), ISSN 1432–1475 (*electronic*)

Journal of the Academy of Marketing Science – ISSN 0092–0703

Journal of the American Statistical Association – ISSN 0162–1459

Journal of the European Mathematical Society – the European Mathematical Society,
ISSN 1435–9855 (*print*), ISSN 1435–9863 (*electronic*); e-mail: jems@mis.mpg.de

Journal of the International Actuarial Association (Belgium)

Journal of the Japan Statistical Society, Institute of Statistical Mathematics (Tokyo)

Journal of the Royal Statistical Society –ISSN 0964–1998, ISSN 0039–0526

Main Economic Indicators – Paris, Organization for Economic Co-operation and Development

Marketing Theory – ISSN 1470–5931

Mathematical Methods of Statistics, Allerton Press (New York)

Mathematical Population Studies – ISSN 0889–8480

Methoden und Instrumente der Sozial-wissenschaften – ISSN 0176–4446

Metrika – International Journal for Theoretical and Applied Statistics, ISSN 0026–1335 (*print*),
ISSN 1435–926X (*electronic*)

Monthly Bulletin of Statistics – NY: Statistical Office of the United Nations

Multivariate Behavioral Research – ISSN 0027–3171

NB: See electronic versions of Springer journals in web-site WWW: <http://link.springer-ny.com>

Netherlands Official Statistics (CBS) – ISSN 0920–2048
Organizational Research Methods – ISSN 1094–4281
Papers in Regional Science – The Journal of the Regional Science Association International, ISSN 1056–8190 (*print*), ISSN 1435–5957 (*electronic*)
Psychometrika – ISSN 0033–3123
Qualitative Health Research – ISSN 1049–7323
Qualitative Inquiry – ISSN 1077–8004
Qualitative Market Research – ISSN 1352–2752
Qualitative Sociology – ISSN 0162–0436
Quality & Quantity – ISSN 0033–5177
Review of Economic Design – ISSN 1434–4742 (*print*), ISSN 1434–4750 (*electronic*)
Revue de Statistique Appliquee - **CERESTA**, Inst de Stat des Université de Paris (France)
Scandinavian Journal of Statistics; Theory and Applications – ISSN 0303–6898
Selecta Statistica Canadiana, Department of Mathematics, McMaster University (Canada)
Social Choice and Welfare – ISSN 0176–1714 (*print*), ISSN 1432–217X (*electronic*)
Social Indicators Research – ISSN 0303–8300
Social Networks; International Journal of Structure Analysis – ISSN 0378–8733
Social Science Computer Review – ISSN 0894–4393
Social Science Research – ISSN 0049–089X
Sociological Methods and Research – ISSN 0049–1241
Staff Papers International Monetary Fund – ISSN 0020–7635
Standartizacia, Sertifikazia, Metrologia – ISSN 1310–0831
Standarty i kacestvo – ISSN 7087 8
Statistica – ISSN 0039–0380
Statistica – ISSN 0390–590X
Statistica Neerlandica – ISSN 0039–0402
Statistical Abstracts of United States – ISSN 0081–4741
Statistical Journal of the United Nations for Europe – ISSN 0167–8000
Statistical Methods in Medical Research – ISSN 0962–2802
Statistical News – ISSN 0204–563X
Statistical Papers – ISSN 0932–5026 (*print*), ISSN 1435–151X (*electronic*)
Statistical Science – ISSN 0883–4237
Statistical Theory and Methods Abstracts on CD ROM – ISSN 0039–0518
Statistics - A Journal of Theoretical and Applied Statistics – ISSN 0233–1888
Statistics and Computing – ISSN 0960–3174
Statistics and Decisions – ISSN 0721–2631
Statistics and Probability Letters – ISSN 0167–7152
Statistics in Medicine – ISSN 0277–6715
Statistische Nachrichten – ISSN 0029–9960
Structural Equation Modeling; A Multidisciplinary Journal – ISSN 1070–5511

Survey Methodology; A Journal published by Statistics Canada - ISSN 0714-0045

Teaching Statistics, Department of Probability and Statistics, University of Sheffield (UK)

The American Statistician; American Statistical Association - ISSN 0003-1305

The British Journal of Sociology - ISSN 0007-1315

The Journal of Applied Behavioral Science - ISSN 0021-8863

The Journal of Mathematical Sociology - ISSN 0022-250X

The Qualitative Report - <http://www.nova.edu/ssss/QR/>

The Review of Economics and Statistics - Cambridge, Dept. of Economics, Harvard University

Список основных используемых обозначений

AAI – средне арифметический индекс	ВПЗ – величина планового задания
ACC – коэффициент автокорреляции	ВР – вариационный ряд
AGI – средне геометрический индекс	ВТ – вычислительная техника
АНИ – средне гармонический индекс	ДС – департамент статистики
Aidx – агрегатный индекс	ЗБЧ – закон больших чисел
AUI – средне взвешенный индекс	КЕС – Конференция Европейских Статистиков
VI – базисный индекс	ЛМР – линейная модель регрессии
СС – коэффициент корреляции	МВ – малая выборка
CI – цепной индекс	МНК – метод наименьших квадратов
CPI – индекс потребительских цен	МО – математическое ожидание
CR – корреляционное отношение	МСА – многомерный статистический анализ
DF – определяющая функция	МТОС – математическая теория однородных структур
ErCC – средне квадратичная ошибка	НД – национальный доход
МСС – множественный коэффициент корреляции	НМР – нелинейная модель регрессии
Me – медиана	ПК – персональный компьютер
MFRM – многофакторная модель регрессии	ППП – пакет прикладных программ
MI – модальный интервал	ПС – программное средство
Mo – мода	СКО – средне квадратичное отклонение
MSA – многофакторный статистический анализ	СНР – стандартное нормальное распределение
PCC – частный коэффициент корреляции	СУБД – система управления базами данных
APM – автоматизированное рабочее место	ТСИ – теория статистических игр
БД – база данных	ТТГ – Таллиннская Творческая Группа
ВВП – величина выполнения плана	ЦПТ – центральная предельная теорема
ВД – величина динамики	ЦСУ – Центральное Статистическое Управление
ВИ – величина интенсивности	
ВН – выборочное наблюдение	

Index

- AAI 187, 188
ACC 175, 176, 177, 178, 238, 239, 243, 244
AGI 188
AHI 187, 188
AMS 69
AUI 187, 188
BI 189
CC... 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142,
143, 174, 175, 176, 177, 178, 238, 239, 240, 243
CDiag 221, 222
Cellular Automata 9, 60, 62, 107, 174, 228
CI 189
CPI 192, 193
CR... 134, 135, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144,
227, 228, 229, 230, 238, 239, 241, 242, 243, 244
DAAF 224, 225, 226
DBMS 202
DF 93, 94
ErCC 134
F_test_Ds 126, 231, 232, 233
Fitting 112, 113
F-критерий Фишера 125
IAMCA 195
LRM_NRM ... 135, 136, 227, 228, 229, 230, 238,
239, 241, 242, 243, 244
lsf 230, 231
MAM 161, 220, 221, 238, 239, 240, 243
Maple ... 6, 9, 112, 113, 114, 119, 120, 125, 126,
127, 128, 132, 133, 136, 138, 139, 141, 142,
143, 159, 161, 162, 165, 166, 168, 169, 171,
175, 176, 177, 178, 184, 203, 205, 206, 211,
212, 213, 214, 215, 216, 220, 223, 225, 227,
231, 237, 238, 239, 244
MCC 138, 139, 140, 238, 239, 242, 243, 244
Me 101, 104, 108, 111
Mo 38, 101, 104, 108, 111
Oracle 202
PCC 138, 139, 140, 238, 239, 242, 243, 244
rand_Histo 216, 217
SAS 16, 21, 204, 206, 207, 210
sHisto 223, 224
SimpleStat ... 118, 119, 135, 138, 139, 141, 142,
175, 176, 177, 237, 238, 239, 243
stats 132, 215, 216, 217, 218, 220, 224
Systat 16, 206, 209
T_test_AV 125, 233, 234
t-критерий Стьюдента 123, 233
U_test_MW 128, 234, 235
UDK 69
U-критерий Манна-Уитни 128, 234
Weights 218, 219, 220, 238, 239, 243, 244
X_test_VW 127, 236, 237
X-критерий Ван дер Ваардена 127
абсолютные величины 83
абсолютный прирост 152, 154, 156
агрегатный индекс 187, 192, 195
алгебра событий 30, 31
АРМ 208, 213
базисные индексы 9, 187
БД 202
бухгалтерский учет 54
вариационный ряд 100
вариация 24, 37, 47, 73, 100, 102, 108
вариация признака 100
ВВП 84, 85
ВД 84, 85
вероятность... 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35,
36, 39, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 113, 116, 118,
119, 122
ВИ 86
ВН 115
внутригрупповая дисперсия 105
ВПЗ 84, 85
ВР 50, 73, 74, 75, 76, 77, 88, 95, 96, 97, 100,
101, 102, 103, 104, 109, 110, 111, 112
временная шкала 146, 147, 151
временной ряд 145, 146, 149, 150, 157, 179
ВТ 7, 9, 16, 20, 21, 24, 52, 58, 64, 143, 201
генеральная совокупность 121, 140
гипотеза ... 34, 121, 122, 124, 125, 126, 127,
128, 232, 233, 234, 235, 236, 237
гистограмма 73, 109, 217

- графическое представление...8, 79, 113, 145, 151, 163
- группировка...5, 8, 23, 24, 63, 64, 66, 67, 68, 72, 130
- диаграмма.....79, 151, 160, 163, 172
- дисперсия...37, 40, 43, 45, 46, 47, 73, 101, 102, 103, 104, 105, 119, 124, 132, 134, 167, 174, 238, 239
- доверительный интервал ...116, 117, 118, 119
- ДС..... 21
- единица наблюдения 51, 53
- закон распределения 123, 175
- ЗБЧ15, 23, 27, 44, 115
- идеальный индекс 185, 198
- индекс...181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198
- индекс востребованных работ..... 186
- индекс Ласпейреса184, 185, 198
- индекс Пааше 183, 184
- индекс структурных сдвигов 190
- индекс фундаментальности 186
- индексный метод.....25, 99, 140, 181, 183
- индексы цен 181, 192
- индивидуальные индексы цен..... 191, 192
- индивидуальный индекс186, 192, 195
- интерполяция..... 152, 166
- КЕС..... 18
- классификация 58, 68, 69
- корреляционное отношение...105, 107, 130, 134, 136, 140, 228, 238, 239
- коэффициент.....38, 86, 92, 101, 117, 130, 133, 134, 136, 137, 152, 155, 156, 168, 174, 176, 178, 238, 239
- коэффициент автокорреляции 238, 239
- коэффициент асимметрии 38
- коэффициент вариации 101
- коэффициент корреляции130, 134, 136, 176, 178, 238, 239
- коэффициент роста 156
- коэффициент эксцесса..... 38
- коэффициент эластичности..... 133
- кумулята 74, 76
- ЛМР.....130, 131, 132, 133, 134, 135, 137, 141, 142, 143, 144, 177
- малая выборка119, 232, 233, 234, 236
- математическое ожидание...40, 45, 130, 132, 134, 174
- МВ.....117, 118, 120
- медиана39, 46, 90, 95, 111
- метод наименьших квадратов .. 144, 164, 177
- метод скользящей средней 160, 162
- метод средних 25, 98
- метод укрупнения интервалов 159
- МНК.....130, 131, 133, 137, 164, 165, 166, 167, 170, 177, 225, 227
- МО 37, 39, 40, 43, 47
- мода 39, 46, 90, 95, 111
- модель линейной регрессии 130
- модель регрессии 130, 131, 136, 228
- МСА..... 16
- МСИ 18
- МТОС.....109, 114, 118, 135, 138, 146, 151, 152, 153, 155, 165, 167, 170, 171, 172, 173, 177, 178, 190
- МФМР 137, 138, 139
- НД 17
- нелинейная модель регрессии 136, 239
- непараметрические критерии...49, 122, 123, 125, 126, 127
- НИЗ..... 96
- НМР 133, 134, 136
- нулевая гипотеза 121, 122, 124
- общая дисперсия..... 105
- однородные структуры 27
- ОП 93
- определяющая функция..... 93
- относительные величины.....5, 25, 84, 85, 87, 152
- параметрические критерии 122
- первичный учет..... 192
- перепись 53, 54, 120
- ПК..7, 9, 16, 21, 58, 67, 72, 79, 80, 111, 138, 144, 162, 201, 205, 209, 210, 211
- показатель..14, 24, 38, 66, 83, 85, 87, 92, 93, 94, 97, 98, 101, 102, 105, 113, 125, 129, 134, 135, 137, 140, 142, 143, 149, 153, 154, 157, 159, 167, 169, 175, 176, 178, 181, 182, 184, 190, 192, 195, 196, 198, 199
- полигон распределения 73, 76
- ППП..... 21, 80, 138, 206, 207, 208, 209, 210, 211
- ПС 201, 205
- ранговый критерий..... 127
- распределение Бернулли..... 40
- распределение Стьюдента..... 47
- распределение Фишера..... 47
- регрессионный анализ 5
- результативный признак 105, 107, 137
- сводка 5, 8, 23, 63, 96, 202

связный анализ.....	25, 144, 173	тренд.....	157, 158, 160, 162, 163, 164, 167, 168, 169, 170, 172, 176, 179, 238, 239
СКО	101, 102, 103, 104	ТСИ.....	16
случайная величина	35, 36, 40, 45, 46, 47	ТТГ....	9, 44, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 71, 72, 74, 77, 79, 84, 85, 86, 89, 92, 93, 94, 96, 99, 100, 105, 107, 108, 109, 110, 113, 114, 118, 130, 132, 135, 138, 140, 145, 146, 147, 148, 151, 152, 153, 154, 155, 157, 164, 165, 166, 167, 171, 172, 173, 174, 175, 178, 182, 186, 190, 191, 195
случайный фактор.....	157, 158	УДК.....	69
СНР	45, 46	уравнение регрессии.....	133, 139, 140
событие	31, 32, 33	уровень значимости	121, 122
сравнительный анализ.....	207, 211	уровни ряда...146, 148, 150, 151, 153, 155, 158, 162, 163, 167, 169	
среднее абсолютное отклонение	101	учет.....	11, 13, 19, 25, 52, 54, 59, 193
средний геометрический индекс.....	188	факторный признак.....	66
средний уровень.....	155, 156	функция распределения.....	35, 36, 44, 45
средняя..73, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 95, 98, 99, 101, 104, 116, 117, 119, 148, 156, 168, 171, 192, 193, 197, 238, 239		ЦПГ	44
средняя арифметическая	88, 101, 169	ЦСУ	11, 21, 59, 194
средняя геометрическая	156	экстраполяция	152
статистическая отчетность	22, 54		
статистический учет	14, 51		
статистическое наблюдение	23, 172		
СУБД.....	21, 202, 206		
темпы прироста	174		
теоретическое распределение...76, 108, 112, 113			